

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ребковец Ольга Александровна

Должность: И.о. зав.

Дата подписания: 05.07.2024 10:46:42

Уникальный программный ключ

e789ec8739030382afc5ebff702928adf1af5cfb

2024

Рабочая программа учебной дисциплины Б1.О.1.05.02 «Алгебра и теория чисел» для направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика»

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании  
кафедры информатики и математики  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г., протокол № \_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.А. Кашутина

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)

*Б1.О.1.05.02 «Алгебра и теория чисел»*

**Направление подготовки:** 44.03.01 Педагогическое образование

**Профиль подготовки:** «Математика»

**Год набора:** 2024

**Квалификация выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Курс:** 1,2      **Семестр:** 2,3

**Экзамен:** 2, 3 семестр

Петропавловск-Камчатский, 2024 г.

Рабочая программа учебной дисциплины Б1.О.1.05.02 «Алгебра и теория чисел» для направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика»

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, утвержденного Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 № 121.

Разработчик:

Щадная М.А., старший преподаватель кафедры информатики и математики

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины	4
2. Место дисциплины в структуре ОП ВО	4
3. Планируемые результаты обучения по дисциплине	4
4. Содержание дисциплины	5
5. Тематическое планирование	6
6. Самостоятельная работа	8
7. Примерная тематика контрольных работ, курсовых работ	9
8. Перечень вопросов к зачету	9
9. Учебно-методическое и информационное обеспечение	9
10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента	12
11. Материально-техническая база	13

### 1. Цели и задачи освоения дисциплины

*Цели освоения дисциплины:* формирование компетенций как комплексов знаний, умений и владений, в совокупности обеспечивающих успешное саморазвитие и профессиональную реализацию выпускника ОПОП бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование.

*Задачи изучения дисциплины:* овладение системой знаний и умений по алгебре и теории чисел.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана, входит в Блок 1 “Дисциплины (модули)”.

Освоение данной дисциплины является необходимым для дальнейшего изучения дисциплин “Геометрия”, “Элементарная математика”, “Дискретная математика”, а также для прохождения производственных практик.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предмета; научно-теоретические основы предметной области; основные технологии предметной области. ПК-1.2 Формулирует цели и задачи преподавания по предмету в соответствии с требованиями ФГОС и учётом особенностей обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями; подбирает и применяет адекватные поставленным целям и задачам современные научно обоснованные средства и методы и формы обучения, технологии воспитания обучения; организует и осуществляет контроль и оценку учебных достижений, текущих и итоговых результатов освоения предметной области. ПК-1.3 Владеет навыками отбора учебного содержания занятий по предмету для реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС; навыками организации и проведения занятий по предмету, а также оценки их эффективности в соответствии с требованиями ФГОС, содержанием действующих программ и спецификой контингента занимающихся; навыками использования профессиональной терминологии, речи и жестикуляции в процессе занятий.

ПК-9 Готов к решению профессиональных задач с учетом знаний в области математики	<p>ПК-9.1. Представляет математические утверждения, теоремы и их доказательства, проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных аудитории, как в письменной, так и в устной форме. Проводит доказательства математических утверждений, не аналогичных ранее известным, но тесно связанным с ними.</p> <p>ПК-9.2. Переводит на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей; применяет навыки построения математических моделей при решении задач из различных предметных областей. Решает математические проблемы, аналогичные ранее изученным, но более высокого уровня сложности.</p> <p>ПК-9.3. Демонстрирует знание различных видов математических задач, методов и способов их решения.</p> <p>ПК-9.4. Применяет навыки решения различных математических задач с использованием методов анализа, синтеза и др. Составляет алгоритм решения задачи на основе выбранной математической модели. Использует математические методы для решения теоретических и практических задач из различных дисциплинарных областей. Использует программное обеспечение для решения математических задач и получения дополнительной информации.</p>
--	--

#### 4. Содержание дисциплины

##### 2 семестр

##### *Тема 1. Элементы теории множеств.*

Понятие множества. Операции над множествами. Законы операций. Числовые множества. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы эквивалентности. Фактор-множество. Отношение порядка. Отношение линейного порядка.

##### *Тема 2. Основные алгебраические структуры.*

Алгебраические операции. Группа, кольцо, поле. Простейшие свойства групп, колец, полей. Подгруппа. Подкольцо. Подполе. Изоморфизм алгебраических структур.

##### *Тема 3. Комплексные числа.*

Определение поля комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме. Извлечение корней из комплексных чисел. Комплексно-сопряженные числа.

##### *Тема 4. Матрицы и определители.*

Операции над матрицами и их свойства. Обратная матрица. Условие обратимости матрицы. Перестановки и подстановки. Определение определителя. Свойства

определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы.

*Тема 5. Системы линейных уравнений. Арифметическое  $n$ -мерное векторное пространство.*

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Арифметическое  $n$ -мерное векторное пространство. Линейная зависимость векторов. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Связь между решениями неоднородной и соответствующей однородной систем. Свойства решений однородной системы уравнений.

*3 семестр*

*Тема 1. Векторные пространства.*

Определение, примеры, простейшие свойства векторных пространств. Линейная зависимость векторов. Базис и ранг системы векторов. Конечномерные векторные пространства. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Координаты вектора относительно данного базиса. Подпространство. Пересечение, сумма и прямая сумма подпространств. Связь между координатами векторов относительно различных базисов. Изоморфизм векторных пространств.

*Тема 2. Евклидовы пространства.*

Скалярное произведение, евклидовы и унитарные пространства. Длина вектора и угол между векторами. Ортогональность. Процесс ортогонализации. Ортонормированный базис, его существование. Ортогональное дополнение к подпространству, свойства ортогонального дополнения. Изоморфизм евклидовых пространств.

*Тема 3. Линейные отображения и линейные операторы.*

Понятие линейного отображения и оператора. Операции над линейными отображениями. Ранг, дефект, ядро и образ линейного отображения. Обратимые операторы. Изоморфизм алгебры операторов и полной матричной алгебры. Собственные числа и собственные векторы оператора, связь с матричными понятиями. Характеристический многочлен оператора. Теорема Гамильтона-Кэли для операторов.

## 5. Тематическое планирование

Модули						
№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
2 семестр						
1	Алгебра и теория чисел	36	36	0	72	144 + 36 (экзамен)
3 семестр						
2	Алгебра и теория чисел	18	18	0	36	72+36 (экзамен)
	Всего	54	54	0	108	288

№ темы	Тема	Кол-во часов	Компетенции по теме
2 семестр			
<i>Лекции</i>			
1	Понятие множества.	4	ПК-1, ПК-9
2	Основные алгебраические структуры.	6	ПК-1, ПК-9
3	Понятие комплексных чисел.	4	ПК-1, ПК-9
4	Понятие матрицы.	4	ПК-1, ПК-9
5	Понятие определителя.	4	ПК-1, ПК-9
6	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	2	ПК-1, ПК-9
7	Линейная зависимость векторов.	4	ПК-1, ПК-9
8	Теорема Кронекера-Капелли.	4	ПК-1, ПК-9
9	Решение однородной системы уравнений.	4	ПК-1, ПК-9
<i>Практические занятия</i>			
1	Понятие множества.	4	ПК-1, ПК-9
2	Отношение линейного порядка.	4	ПК-1, ПК-9
3	Основные алгебраические структуры.	4	ПК-1, ПК-9
4	Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа.	8	ПК-1, ПК-9
5	Матрица.	4	ПК-1, ПК-9
6	Определители. Минор и алгебраическое дополнение.	4	ПК-1, ПК-9
7	Решение систем линейных уравнений.	4	ПК-1, ПК-9
8	Решение однородной системы уравнений.	4	ПК-1, ПК-9
<i>Самостоятельная работа</i>			
1	Числовые множества.	8	ПК-1, ПК-9
2	Прямое произведение множеств.	10	ПК-1, ПК-9
3	Изоморфизм алгебраических структур.	8	ПК-1, ПК-9
4	Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.	10	ПК-1, ПК-9
5	Извлечение корней из комплексных чисел.	8	ПК-1, ПК-9
6	Перестановки и подстановки в матрицах.	10	ПК-1, ПК-9

	2024
Рабочая программа учебной дисциплины Б1.О.1.05.02 «Алгебра и теория чисел» для направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика»	

7	Разложение определителя по строке или по столбцу.	8	ПК-1, ПК-9
8	Теорема Кронекера-Капелли.	10	ПК-1, ПК-9
3 семестр			
<i>Лекции</i>			
1	Векторные пространства.	4	ПК-1, ПК-9
2	Пересечение, сумма и прямая сумма подпространств.	4	ПК-1, ПК-9
	Евклидовы пространства.	4	ПК-1, ПК-9
	Понятие линейного отображения и оператора.	6	ПК-1, ПК-9
<i>Практические занятия</i>			
1	Линейная зависимость векторов.	4	ПК-1, ПК-9
2	Скалярное произведение.	4	ПК-1, ПК-9
3	Ортогональность.	4	ПК-1, ПК-9
4	Линейное отображение и оператор.	2	ПК-1, ПК-9
5	Характеристический многочлен оператора.	4	ПК-1, ПК-9
<i>Самостоятельная работа</i>			
1	Изоморфизм векторных пространств.	12	ПК-1, ПК-9
2	Изоморфизм евклидовых пространств.	12	ПК-1, ПК-9
3	Изоморфизм алгебры операторов и полной матричной алгебры.	12	ПК-1, ПК-9

### 6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа включает выполнение лабораторных работ и их защиту.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- работа в информационно-справочных системах;
- выполнение практических работ.

#### Внеаудиторная самостоятельная работа

	Темы	Вид СР	Трудоемкость
--	------	--------	--------------



2024
Рабочая программа учебной дисциплины Б1.О.1.05.02 «Алгебра и теория чисел» для направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика»

			(часы)
<b>2 семестр</b>			
1	Числовые множества.	выполнение заданий самостоятельной работы	8
2	Прямое произведение множеств.		10
3	Изоморфизм алгебраических структур.		8
	Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.		10
	Извлечение корней из комплексных чисел.		8
	Перестановки и подстановки в матрицах.		10
	Разложение определителя по строке или по столбцу.		8
	Теорема Кронекера-Капелли.		10
	Всего		72
<b>3 семестр</b>			
	Изоморфизм векторных пространств.	выполнение заданий самостоятельной работы	12
	Изоморфизм евклидовых пространств.		12
	Изоморфизм алгебры операторов и полной матричной алгебры.		12
	Всего	36	

## 7. Примерная тематика контрольных работ, курсовых работ

Учебным планом контрольные и курсовые работы по дисциплине не предусмотрены.

## 8. Перечень вопросов к промежуточной аттестации

### 2 семестр

#### Вопросы к экзамену:

1. Множество. Подмножество. Операции над множествами и их основные свойства.
2. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Понятие упорядоченной пары. Прямое произведение множеств. Бинарные (n – арные) отношения.
5. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы эквивалентности.
6. Фактор-множество.
7. Отношение порядка. Отношение линейного порядка.
8. Понятие функции. Композиция функций.
9. Понятие алгебраической операции. Виды элементов: нейтральный, обратный, нулевой, идемпотентный.
11. Алгебра. Подалгебра.
12. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр.
13. Понятие группы. Примеры групп. Простейшие свойства.
14. Понятие кольца. Подкольцо. Простейшие свойства.
15. Гомоморфизм и изоморфизм колец
16. Поле. Примеры. Простейшие свойства.

17. Упорядоченное поле. Примеры. Простейшие свойства.
18. Система действительных чисел. Простейшие свойства.
19. Поле комплексных чисел.
20. Понятие числового поля. Наименьшее подполе числового поля.
21. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и операций над ними.
22. Тригонометрическая форма комплексного числа.
23. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.
24. Корни из комплексных чисел.
25. Мультипликативная группа корней из единицы. Первообразные корни из единицы.
26. Двучленные уравнения.
27. Операции над матрицами, их свойства. Аддитивная группа матриц над полем  $P$ .
28. Ассоциативность умножения матриц.
29. Кольцо квадратных матриц над полем  $P$ .
30. Группа подстановок. Свойства. Чётность и знак подстановки.
31. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей 2, 3 порядков.
32. Основные свойства определителей.
33. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение по строке или столбцу.
34. Обратная матрица.
35. Векторное пространство. Определение. Простейшие свойства.
36. Арифметическое векторное пространство.
37. Подпространство. Линейная оболочка.
38. Сумма, прямая сумма подпространств. Линейное многообразие.
39. Линейная зависимость (независимость) системы векторов.
40. Базис и ранг системы векторов.
41. Координатная строка (столбец) вектора относительно данного базиса.
42. Размерность векторного пространства.
43. Дополнение системы векторов до базиса.
44. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
45. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.
46. Векторное пространство со скалярным умножением. Простейшие свойства.
47. Ортогональная система векторов. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов.
48. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса.
49. Процесс ортогонализации.
50. Ортогональное дополнение к подпространству. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и ортогонального дополнения к нему.
51. Евклидово векторное пространство.
52. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства.
53. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
54. Совместные, несовместные системы линейных уравнений.
55. Теорема Кронекера-Капелли.
56. Пространство решений системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
57. Правило Крамера. Условия существования нетривиальных решений системы  $n$ -однородных линейных уравнений с  $n$  переменными.
58. Неоднородная система линейных уравнений. Линейное многообразие решений.
59. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных. Понятие общего решения системы линейных уравнений.
60. Линейные отображения векторных пространств; примеры.
61. Ядро и образ линейного отображения.
62. Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами векторов  $x$  и  $\varphi(x)$ .

63. Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов.
64. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов; подобие матриц.
65. Обратимые линейные операторы.

### 3 семестр

#### Вопросы к экзамену:

1. Определение, простейшие свойства векторных пространств.
2. Линейная зависимость векторов.
3. Базис и ранг системы векторов.
4. Конечномерные векторные пространства.
5. Базис и размерность конечномерного векторного пространства.
6. Координаты вектора относительно данного базиса.
7. Подпространство.
8. Пересечение, сумма и прямая сумма подпространств.
9. Связь между координатами векторов относительно различных базисов.
10. Изоморфизм векторных пространств.
11. Скалярное произведение.
12. Евклидовы и унитарные пространства.
13. Длина вектора и угол между векторами.
14. Ортогональность. Процесс ортогонализации.
15. Ортонормированный базис, его существование.
16. Ортогональное дополнение к подпространству, свойства ортогонального дополнения. Изоморфизм евклидовых пространств.
17. Понятие линейного отображения и оператора
18. Операции над линейными отображениями.
19. Ранг, дефект, ядро и образ линейного отображения.
20. Обратимые операторы.
21. Изоморфизм алгебры операторов и полной матричной алгебры.
22. Собственные числа и собственные векторы оператора, связь с матричными понятиями.
23. Характеристический многочлен оператора.
24. Теорема Гамильтона-Кэли для операторов.

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение

### 9.1. Основная учебная литература:

1. Виноградов, И. М. Основы теории чисел : учебное пособие / И. М. Виноградов. - 14-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020 - 176 с. - ISBN 978-5-8114-5329-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/139285>
2. Бухштаб, А. А. Теория чисел : учебное пособие / А. А. Бухштаб. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020 - 384 с. - ISBN 978-5-8114-5836-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/147139>

### 9.2. Дополнительная учебная литература:

1. Куликов, Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел [Текст] / Л.Я.Куликов, А.И.Москаленко, А.А. Фомин. – М.: Просвещение, 1993.– 288 с.

2. Моисеев, С. А. Задачник-практикум по алгебре и теории чисел [Текст] : учебное пособие / С.А. Моисеев, Н. М. Суворов. – Рязань : РГУ, 2006 – 128 с.
3. Юрайт [Электронный ресурс]: электронная библиотека. – Доступ к полным текстам по паролю. – Режим доступа: <http://www.biblioonline.ru>

### 10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

Критерии оценивания уровня сформированности компетенций и оценки уровня успеваемости обучающегося

#### Текущий контроль

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения модулей дисциплины (оценка)	Критерии оценивания отдельных видов работ обучающихся	
		задания на самостоятельную работу	отчет по практическому занятию
Высокий	отлично	задание выполнено полностью; в теоретических выкладках решения нет пробелов и ошибок.	работа выполнена полностью; в алгоритме решения задачи нет пробелов и ошибок; в коде программы нет ошибок; программа работает верно для всех возможных случаев.
Базовый	хорошо	работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна – две ошибки или два – три недочета в решениях, чертежах блок-схем или тексте программы.	в коде программы допущено не более 1 содержательной ошибки; программа работает верно для всех возможных случаев, за исключением быть может одного частного случая.
Пороговый	удовлетворительно	допущено более двух ошибок или двух-трех недочетов в решениях, чертежах блок-схем или программе, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме	в коде программы могут быть ошибки; программа работает верно для некоторых частных случаев; при этом правильно выполнено не менее половины работы.
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно	допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет	в программе допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не

	2024
Рабочая программа учебной дисциплины Б1.О.1.05.02 «Алгебра и теория чисел» для направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика»	

ованы		обязательными знаниями по данной теме в полной мере или работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме	владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.
-------	--	--	--

### Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения дисциплины	Критерии оценивания обучающихся
		экзамен
Высокий	отлично	студент безошибочно ответил на все основные вопросы, выполнил предложенные задания, при этом продемонстрировал свободное владение материалом
Базовый	хорошо	студент безошибочно ответил на основные вопросы, выполнил большую часть предложенных заданий
Пороговый	удовлетворительно	студент затрудняется в ответах на вопросы и отвечает только после наводящих вопросов, демонстрирует слабое знание предмета, выполнил меньшую часть предложенных заданий
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно	студент не ответил ни на один вопрос, не выполнил задания, после предложения второго (дополнительного) билета и соответствующей подготовке к ответу также не продемонстрировал знаний по данному предмету

### 11. Материально-техническая база

Электронные учебники, презентации, учебная обязательная и дополнительная литература, локальная сеть КамГУ им. Витуса Беринга, учебные специализированные аудитории с оборудованием, список программного обеспечения: программа для просмотра PDF-файлов.