

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ребковец Ольга Александровна
Должность: И.о. ректора
Дата подписания: 01.11.2023 15:51:05
Уникальный программный ключ:
e789ec8739030382afc5ebff702928ad11a15c0

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании
кафедры математики и физики
14.05.2021 г., протокол №9
Зав. кафедрой _____ И.А. Кашутина

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)

ФТД.02 «Интегральные уравнения»

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: общий

Год набора: 2021

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Курс 3 Семестр 6

Зачет: 6 семестр

Петропавловск-Камчатский, 2021 г.

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9.

Разработчик:

Доцент кафедры математики и физики _____ Р.И. Паровик

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является изучение однородных и неоднородных линейных интегральных уравнений и их свойств, на основе которых создаются математические модели физических явлений и законов в линейном приближении; изучение понятия функционала и его свойств, представляющих собой математическую основу фундаментальных физических законов.

Задачи освоения дисциплины: : изучение и овладение методами решения интегральных уравнений; изучение понятия функционала; изучение методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений; формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей; овладение студентами знаний по применению интегральных уравнений и вариационного исчисления в различных разделах физики при исследовании физических явлений.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к блоку Б1 дисциплин базовой части учебного плана. Для освоения данной дисциплины студент должен обладать знаниями по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Векторный и тензорный анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теоретическая механика», «Интегральные преобразования», «Функциональный анализ», «Численные методы».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения универсальных компетенций
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает классические математические модели, применяемые в различных областях человеческой деятельности. ОПК-3.2. Умеет модифицировать классические математические модели для решения конкретных задач профессиональной деятельности. ОПК-3.3. Имеет опыт применения методов математического моделирования для решения конкретных задач профессиональной деятельности.

4. Содержание дисциплины

Тема №1. Уравнения Вольтерра I рода. Однородные и неоднородные. Методы решения.

Тема №2. Уравнения Фредгольма I рода. Однородные и неоднородные. Методы решения.

Тема №3. Уравнения Вольтерра II рода. Резольвента уравнения Вольтерра II рода, повторные ядра для этого случая. Интегральное уравнение Вольтерра I рода. Сведение его к уравнению II рода. Сведение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения n-порядка к уравнению Вольтерра II рода.

Тема №4. Уравнения Фредгольма II рода. Определение собственного значения и собственной функции ядра интегрального уравнения. Операторная форма интегрального уравнения. Аналогия между линейным интегральным уравнением и системой линейных алгебраических уравнений. Однородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение его решения к решению системы алгебраических уравнений. Теорема о конечном числе собственных значений вырожденного ядра (с доказательством). Неоднородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Определитель Фредгольма, сопряженное к данному интегральное уравнение

Тема №5. Приближенные методы решения интегральных уравнений. Метод последовательных приближений для решения ИУ. Теорема о существовании и единственности решения ИУ в случае достаточной малости параметра λ (с доказательством на основании теоремы о неподвижной точке оператора). Интегральные преобразования.

5. Тематическое планирование

№	Наименование модуля	Модули дисциплины			Сам. работа	Всего, часов
		Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные		
1	Интегральные уравнения	10	10	0	52	72
	Всего	10	10	0	52	72

Тематический план

№ темы	Тема	Кол-во часов	Компетенции по теме
	<i>Лекции</i>		
1	Уравнения Вольтерра I рода	2	ОПК-3
2	Уравнения Фредгольма I рода	2	ОПК-3
3	Уравнения Вольтерра II рода	2	ОПК-3
4	Уравнения Фредгольма II рода	2	ОПК-3
5	Приближенные методы решения интегральных уравнений	2	ОПК-3
	<i>Практические занятия</i>		
1	Решение уравнения Вольтерра. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра	2	ОПК-3
2	Интегральные уравнения Фредгольма	2	ОПК-3

3	Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений	2	ОПК-3
4	Интегральные уравнения: 1-го рода	2	ОПК-3
5	Приближенные методы решения интегральных уравнений	2	ОПК-3
<i>Самостоятельная работа</i>			
1	Метод последовательных приближений для решения ИУ.		ОПК-3
2	Резольвента.		ОПК-3
3	Уравнение Вольтерра II рода.		ОПК-3
4	Резольвента уравнения Вольтерра II рода.		ОПК-3
6	Случай ИУ Фредгольма II рода с симметричным ядром.		ОПК-3

6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выступление по вопросам практических занятий, выполнение практических заданий.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- выполнение практических заданий;
- подготовка сообщений по вопросам практических занятий.

6.1. Темы практических занятий

Практическая работа №1. Решение уравнения Вольтерра. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра

Практическая работа №2. Интегральные уравнения Фредгольма

Практическая работа №3. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений

Практическая работа №4. Интегральные уравнения: 1-го рода

Практическая работа №5. Приближенные методы решения интегральных уравнений

6.2. Внеаудиторная самостоятельная работа

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Форма СР	Трудоемкость (час.)
1	Интегральные уравнения	Метод последовательных приближений для решения ИУ.	Конспект, решение	10

		задач	
2	Резольвента.	Конспект, решение задач	8
3	Уравнение Вольтерра II рода.	Конспект, решение задач	10
4	Резольвента уравнения Вольтерра II рода.	Конспект, решение задач	8
5	Случай ИУ Фредгольма II рода с симметричным ядром.	Конспект, решение задач	8
6	Метод последовательных приближений для решения ИУ.	Конспект, решение задач	8
Итого			52

7. Примерная тематика контрольных работ, курсовых работ

Учебным планом контрольные работы и курсовые работы по дисциплине ФТД.02 «Интегральные уравнения» не предусмотрены.

8. Перечень вопросов на промежуточную аттестацию

Примерный перечень вопросов на зачет:

- Определение интегрального уравнения (ИУ), линейного ИУ, классификация линейных интегральных уравнений. Ядро, свободный член ИУ, требования к ядру и свободному члену. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям (к уравнению Вольтерра и уравнению Фредгольма).
- Сведение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения n -порядка к уравнению Вольтерра II рода.
- Интегральное уравнение Фредгольма II рода. Собственные значения и собственные функции ядра интегрального уравнения. Операторная форма интегрального уравнения. Аналогия между линейным интегральным уравнением и системой линейных алгебраических уравнений.
- Однородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение его решения к решению системы алгебраических уравнений.
- Теорема о конечном числе собственных значений вырожденного ядра (с доказательством).
- Неоднородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение такого уравнения к системе алгебраических уравнений. Определитель Фредгольма, сопряженное к данному интегральное уравнение.
- Теорема Фредгольма об альтернативе (с доказательством).
- Вторая теорема Фредгольма (случай, когда однородное уравнение имеет только тривиальное решение) (с доказательством).
- Третья теорема Фредгольма (случай, когда однородное уравнение имеет нетривиальное решение) (с доказательством).

- Теорема об одинаковом числе линейно независимых решений однородного и сопряженного к нему интегральных уравнений (с доказательством). Нахождение комплексного решения интегрального уравнения в случае комплексного ядра и свободного члена.
- Определение интегрального уравнения (ИУ), линейного ИУ, классификация линейных интегральных уравнений. Ядро, свободный член ИУ, требования к ядру и свободному члену. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям (к уравнению Вольтерра и уравнению Фредгольма).
- Сведение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения n -порядка к уравнению Вольтерра II рода.
- Интегральное уравнение Фредгольма II рода. Собственные значения и собственные функции ядра интегрального уравнения. Операторная форма интегрального уравнения. Аналогия между линейным интегральным уравнением и системой линейных алгебраических уравнений.
- Однородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение его решения к решению системы алгебраических уравнений.
- Теорема о конечном числе собственных значений вырожденного ядра (с доказательством).
- Неоднородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение такого уравнения к системе алгебраических уравнений. Определитель Фредгольма, сопряженное к данному интегральное уравнение.
- Теорема Фредгольма об альтернативе (с доказательством).
- Вторая теорема Фредгольма (случай, когда однородное уравнение имеет только тривиальное решение) (с доказательством).
- Третья теорема Фредгольма (случай, когда однородное уравнение имеет нетривиальное решение) (с доказательством).
- Теорема об одинаковом числе линейно независимых решений однородного и сопряженного к нему интегральных уравнений (с доказательством). Нахождение комплексного решения интегрального уравнения в случае комплексного ядра и свободного члена.
- Метод последовательных приближений для решения интегрального уравнения.
- Теорема о существовании и единственности решения интегрального уравнения в случае достаточной малости параметра λ (с доказательством на основании теоремы о неподвижной точке оператора).
- Резольвента интегрального уравнения. Свойства резольвенты.
- Резольвента интегрального уравнения в случае вырожденного ядра.
- Случай ядра интегрального уравнения, близкого к вырожденному. Сведение интегрального уравнения с таким ядром к уравнению с вырожденным ядром.
- Уравнение Вольтерра II рода. Теорема об отсутствии собственных значений уравнения Вольтерра II рода.
- Нахождение решения уравнения Вольтерра II рода методом последовательных приближений.
- Резольвента уравнения Вольтерра II рода, повторные ядра для этого случая.
- Интегральные уравнения Вольтерра I и II рода. Связь между ними.
- Интегральное уравнение Фредгольма II рода с симметричным ядром. Свойства собственных значений и собственных функций такого ядра. Формула Шмидта для решения уравнения с симметричным ядром.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1. Основная учебная литература:

- Скопин В.А. Функциональный анализ и интегральные уравнения : методические указания к самостоятельной работе / Скопин В.А., Седых И.А.. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 17 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55174.html> (дата обращения: 14.03.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
- Лошкарев А.И. Интегральные преобразования и операционное исчисление : методические указания к выполнению домашнего задания / Лошкарев А.И., Облакова Т.В.. — Москва : Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2007. — 74 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/31410.html> (дата обращения: 14.03.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

9.2. Дополнительная учебная литература:

Краснов М.Л., Киселев А. И., Макаренко Г. И. Интегральные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие. Изд. 3-е, испр. - М.: Едиториал УРСС, 2003. - 192 с.

9.3. Интернет-ресурсы:

- Научная электронная библиотека Elibrary.ru – <http://elibrary.ru>
- Математический портал Math-Net – <http://mathnet.ru>
- Академия Google - <https://scholar.google.ru/>
- видеолекции на канале Постнаука youtube.com

10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

Критерии оценивания уровня сформированности компетенций и оценки уровня успеваемости обучающегося

Текущий контроль

Уровень	Уровень	Критерии оценивания отдельных видов работ обучающихся
---------	---------	---

сформированности компетенции	освоения модулей дисциплины (оценка)	Устный/письменный опрос	Отчет по практической работе	Выполнение заданий самостоятельной работы
Высокий	отлично	Обучающийся ответил на все вопросы и продемонстрировал полноту знаний по изучаемому материалу	Содержит все задания лабораторной работы, оформлен в соответствии с требованиями	Студент безошибочно ответил на все основные вопросы, а также продемонстрировал свободное владение материалом при ответе на дополнительные вопросы; работа выполнена в полном объеме и в точном соответствии с требованиями; студент свободно владеет теоретическим материалом, безошибочно применяет его при решении задач, сформулированных в задании
Базовый	хорошо	Обучающийся ответил на большую часть вопросов и продемонстрировал понимание изучаемого материала	Содержит большинство заданий лабораторной работы, оформлен в соответствии с требованиями	Студент безошибочно ответил на основные вопросы, но не точно или не в полном объеме раскрыл дополнительные вопросы; работа выполнена в полном объеме и в точном соответствии с требованиями; студент твердо владеет теоретическим материалом, может применять его самостоятельно или по указанию преподавателя
Пороговый	удовлетворительно	Ответ обучающегося содержал ошибки и недочеты	Содержит меньшую часть заданий лабораторной работы, оформлен не соответствует требованиям	Студент затрудняется в ответах на вопросы и отвечает только после наводящих вопросов, демонстрирует слабое знание при ответе на дополнительные вопросы; работа выполнена в основном правильно, но без достаточно глубокой проработки некоторых разделов; студент усвоил только основные разделы теоретического материала и по указанию преподавателя применяет его практически; на вопросы отвечает неуверенно или допускает ошибки
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно	Обучающийся не ответил на поставленные вопросы	Отчет не предоставлен	Студент не ответил ни на один вопрос; работа не выполнена

Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции и	Уровень освоения дисциплины	Критерии оценивания обучающихся (работ обучающихся)
		Высокий
Базовый	хорошо (зачтено)	Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности
Пороговый	удовлетворительно (зачтено)	Студент показал фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно (не зачтено)	Студент не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач

11. Материально-техническая база

Аудитория вместимостью не менее 20 человек для лекционных и практических занятий, компьютеры с установленным программным обеспечением Maple, а также оснащенный современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации (проектор), получения и передачи электронных документов.