

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ребковец Ольга Александровна  
Должность: И.о. ректора  
Дата подписания: 01.11.2023 15:56:57  
Уникальный программный ключ:  
e789ec8739030382afc5ebff702928ad11a15c0

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании  
кафедры математики и физики  
14.05.2022 г., протокол №9  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.А. Кашутина

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)

### *Б1.О.23 «Специальные функции»*

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль подготовки:** общий

**Год набора:** 2022

**Квалификация выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Курс 4          Семестр 7**

**Экзамен:** 7 семестр

Петропавловск-Камчатский, 2022 г.

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9.

Разработчик:

Доцент кафедры математики и физики \_\_\_\_\_ Р.И. Паровик

## СОДЕРЖАНИЕ

## 1. Цель и задачи освоения дисциплины

*Целью освоения дисциплины* является овладение основными понятиями специальных функций как самостоятельного раздела математики; современное развитие специальных функций и их связь с другими областями математики; выработка системы представлений о методах специальных функций для решения ряда задач в своей профессиональной деятельности. Накопление студентами опыта по использованию специальных функций для решения задач, необходимых для успешной профессиональной деятельности в будущем. В результате изучения дисциплины студент должен знать основы теории специальных функций, наиболее распространенные методы решения задач; способы применения математических методов с использованием различных программных средств; уметь решать задачи с использованием методов специальных функций; применять знания основных структур теории специальных функций для решения задач с использованием математических методов; использовать современные компьютерные технологии в процессе решения прикладных задач.

*Задачи освоения дисциплины:* в результате изучения базовой части цикла обучающийся должен знать и уметь применять на практике методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, дискретной математики, вероятностей и математической статистики, уравнений математической физики, архитектуры современных компьютеров, технологии программирования, численные методы и алгоритмы решения типовых математических задач; владеть методологией и навыками решения научных и практических задач.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к блоку Б1 дисциплин вариативной части учебного плана.

Для изучения дисциплины необходимы знания по математическому и функциональному анализу.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний.

	деятельности	
	ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знает базовые математические методы решения прикладных задач. ОПК-2.2. Умеет адаптировать существующие математические методы для решения конкретной прикладной задачи. ОПК-2.3. Имеет опыт решения прикладных задач с использованием математических методов и систем программирования.

#### 4. Содержание дисциплины

##### Тема №1. Задача Штурма-Лиувилля как источник специальных функций

Источники появления специальных функций. Элементы теории представлений групп. Характеры. Г-Функция Эйлера и ее свойства. В-функция Эйлера и ее свойства. Вычисление некоторых специальных интегралов. Задача Штурма – Лиувилля. Свойства решений. Ортогональность и полнота системы собственных функций.

##### Тема №2. Специальные функции и их применение.

Функции Бесселя и их свойства. Разложение функций в ряды Бесселя. Применение функций Бесселя к решению задач математической физики с круговой симметрией. Полиномы Лежандра. Присоединенные функции Лежандра и сферические функции. Полиномы Чебышева. Функции Эрмита, Лаггера, Матье. Непрерывный спектр оператора Штурма-Лиувилля. Общий подход к построению интегральных преобразований.

#### 5. Тематическое планирование

##### Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам работа	Контроль	Всего, часов
1	Специальные функции	16	28	0	64	36	144
	Всего	16	28	0	64	36	144

##### Тематический план

№ темы	Тема	Кол-во часов	Компетенции по теме
--------	------	--------------	---------------------

	<i>Лекции</i>		
1	Задача Штурма-Лиувилля как источник специальных функций.	8	ОПК-1, ОПК-2
2	Специальные функции и их применение	8	ОПК-1, ОПК-2
	<i>Практические занятия</i>		
1	Г-функция Эйлера и ее свойства.	4	ОПК-1, ОПК-2
2	Г-функция Эйлера и ее свойства.	4	ОПК-1, ОПК-2
3	В-функция Эйлера и ее свойства.	4	ОПК-1, ОПК-2
4	Ортогональные многочлены и их вычисление.	4	ОПК-1, ОПК-2
5	Бесселевы функции и их свойства.	6	ОПК-1, ОПК-2
6	Собственные функции дифференциальных операторов.	6	ОПК-1, ОПК-2
	<i>Самостоятельная работа</i>		
1	В-функция Эйлера и ее свойства.	10	ОПК-1, ОПК-2
2	Ортогональные многочлены и их вычисление.	10	ОПК-1, ОПК-2
3	Цилиндрические функции	10	ОПК-1, ОПК-2
4	Собственные функции дифференциальных операторов.	6	ОПК-1, ОПК-2
6	Г-функция Эйлера и ее свойства.	6	ОПК-1, ОПК-2
7	Эллиптические интегралы второго рода	10	ОПК-1, ОПК-2
8	Дзета-функция Римана	6	ОПК-1, ОПК-2
9	Модулярные формы и функции	6	ОПК-1, ОПК-2

## 6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выступление по вопросам практических занятий, выполнение практических заданий.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- выполнение практических заданий;
- подготовка сообщений по вопросам практических занятий.

### 6.1. Темы практических занятий

Для каждого практического занятия определены задания для аудиторной (литера А) и самостоятельной работы (литера С).

**Занятие 1. Г-функция Эйлера и ее свойства.**

- А) №№ 15-23 нечетные из [1].  
 С) №№ 20-24 четные из [1].

**Занятие 2. Г-функция Эйлера и ее свойства.**

- А) №№ 1-23 нечетные из [1].  
 С) №№ 2-24 четные из [1].

**Занятие 3. В-функция Эйлера и ее свойства.**

- А) №№ 117 а-ж, 118 из [1].  
 С) №№ 1.12-1.15 из [2].

**Занятие 4. Ортогональные многочлены и их вычисление.**

- А) №№ 122-125 из [1].  
 С) №№ 1.37-1.42 из [2].

**Занятие 5. Ортогональные многочлены и их вычисление.**

- А) №№ 127-129 из [1].  
 С) №№ 130-131 из [1]. Гл 4, 13,14 из [3]

**Занятие 6. Собственные функции дифференциальных операторов.**

- А) №№ 68-74 из [1].  
 С) №№ 75-81 из [1].

**6.2. Внеаудиторная самостоятельная работа**

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Форма СР	Трудоемкость (час.)
1	Специальные функции	В-функция Эйлера и ее свойства.	Конспект, опрос	10
2		Ортогональные многочлены и их вычисление.	Конспект, опрос	10
3		Цилиндрические функции	Конспект, опрос	10
4		Собственные функции дифференциальных операторов.	Конспект, опрос	6
5		Г-функция Эйлера и ее свойства.	Конспект, опрос	6
6		Эллиптические интегралы второго рода	Конспект, опрос	10
7		Дзета-функция Римана	Конспект, опрос	6
8		Модулярные формы и функции	Конспект, опрос	6
9		Большая теорема Пикара	Конспект, опрос	10
Итого				64

**7. Примерная тематика контрольных работ, курсовых работ**

Учебным планом контрольные работы и курсовые работы по дисциплине Б1.В.ДВ.07.01 «Специальные функции» не предусмотрены.

## 8. Перечень вопросов на промежуточную аттестацию

### *Примерный перечень вопросов на экзамен:*

- Классификация задач, в которых возникают специальные функции.
- Элементы представления групп. Характеры групп как специальные функции
- Г-функция Эйлера и ее свойства.
- В-функция Эйлера и ее свойства.
- Задача Штурма-Лиувилля.
- Ортогональность решений задачи Штурма-Лиувилля.
- Разрешимость задачи Штурма-Лиувилля.
- Полнота системы решений задачи Штурма-Лиувилля.
- Примеры ортогональных систем функций.
- Уравнение Бесселя и его решения.
- Разложение функций в ряд по функциям Бесселя.
- Решение уравнения теплопроводности в круге.
- Колебания круглой мембраны.
- Уравнение Лежандра. Полиномы Лежандра.
- Присоединенные полиномы Лежандра и их свойства.
- Сферические функции и их свойства.
- Полиномы Чебышева и их свойства.
- Функции Эрмита и их свойства
- Функции Лаггера и их свойства.
- Функции Матье и их свойства.
- Непрерывный спектр в задаче Штурма-Лиувилля.
- Интегральные преобразования. Общая теория.
- Понятие модулярной функции.
- Метод Фробениуса.
- Понятие дзета-функции Римана.

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 9.1. Основная учебная литература:

- Дунаев А.С. Специальные функции: учебное пособие / Дунаев А.С., Шлычков В.И. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 938 с. — ISBN 978-5-7996-1523-9. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/66596.html> (дата обращения: 04.02.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
- Холодова С.Е. Специальные функции в задачах математической физики / Холодова С.Е., Перегудин С.И. — Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2012. — 71 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/68147.html> (дата обращения: 04.02.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.
- Никифоров А.Ф. Специальные функции математической физики: учебное пособие / Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. — Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект»,



2007. — 343 с. — ISBN 978-5-89155-165-7. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/103386.html> (дата обращения: 04.02.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### 9.2. Дополнительная учебная литература:

- Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М. ФИЗМАТЛИТ, 2004, -400 с.
- Бицадзе А.В., Калининченко Н.А. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Наука, 2006
- Сборник задач по уравнениям математической физики. Под ред. В.С.Владимирова. М., Наука, 1974.
- Кузнецов Д.Е. Специальные функции. Изд. ВШ, 1984. с 247.
- Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике. М., Мир, 1985. с. 589.
- Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. Основы теории специальных функций. М., Наука, 1974.-303 с.
- Ватсон Дж. Теория бесселевых функций. М.ВШ. 1976.
- Марченко В.А. Спектральная теория оператора Штурма-Лиувилля. Киев, Наукова думка, 1972.
- Бабич В.М., Григорьева Н.С. Ортогональные разложения и метод Фурье. Л. Изд. ЛГУ, 1983.

#### 9.3. Интернет-ресурсы:

1. Электронно-информационная среда вуза (Moodle) - <http://moodle3.kamgu.ru>
2. Учебно-методические материалы для студентов физико-математического факультета - <http://fizmatkamgu.ru/ymm/>
3. Научная электронная библиотека Elibrary.ru – <http://elibrary.ru>
4. Математический портал Math-Net – <http://mathnet.ru>
5. Академия Google - <https://scholar.google.ru/>
6. видеолекции на канале Постнаука [youtube.com](https://www.youtube.com)

## 10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

Критерии оценивания уровня сформированности компетенций и оценки уровня успеваемости обучающегося

### Текущий контроль

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения модулей дисциплины (оценка)	Критерии оценивания отдельных видов работ обучающихся		
		Устный/письменный опрос	Отчет по практической работе	Выполнение заданий самостоятельной работы
Высокий	отлично	Обучающийся ответил на все вопросы и продемонстрировал полноту знаний по изучаемому материалу	Содержит все задания лабораторной работы, оформлен в соответствии с требованиями	Студент безошибочно ответил на все основные вопросы, а также продемонстрировал свободное владение материалом при ответе на дополнительные вопросы; работа выполнена в полном объеме и в точном соответствии с требованиями; студент свободно владеет теоретическим материалом, безошибочно применяет его при решении задач, сформулированных в задании
Базовый	хорошо	Обучающийся ответил на большую часть вопросов и продемонстрировал понимание изучаемого материала	Содержит большинство заданий лабораторной работы, оформлен в соответствии с требованиями	Студент безошибочно ответил на основные вопросы, но не точно или не в полном объеме раскрыл дополнительные вопросы; работа выполнена в полном объеме и в точном соответствии с требованиями; студент твердо владеет теоретическим материалом, может применять его самостоятельно или по указанию преподавателя
Пороговый	удовлетворительно	Ответ обучающегося содержал ошибки и недочеты	Содержит меньшую часть заданий лабораторной работы, оформлен не соответствует требованиям	Студент затрудняется в ответах на вопросы и отвечает только после наводящих вопросов, демонстрирует слабое знание при ответе на дополнительные вопросы; работа выполнена в основном правильно, но без достаточно глубокой проработки некоторых разделов; студент усвоил только основные разделы теоретического материала и по указанию преподавателя применяет его практически; на вопросы отвечает неуверенно или допускает ошибки
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно	Обучающийся не ответил на поставленные вопросы	Отчет не предоставлен	Студент не ответил ни на один вопрос; работа не выполнена

### Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции и	Уровень освоения дисциплины	Критерии оценивания обучающихся (работ обучающихся)
Высокий	отлично (зачтено)	Студент показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
Базовый	хорошо (зачтено)	Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности
Пороговый	удовлетворительно (зачтено)	Студент показал фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно (не зачтено)	Студент не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач

### 11. Материально-техническая база

Аудитория вместимостью не менее 20 человек для лекционных и практических занятий, компьютеры с установленным программным обеспечением Maple, а также оснащенный современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации (проектор), получения и передачи электронных документов.