

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ребкова Ольга Александровна  
Должность: И.о. ректора  
Дата подписания: 01.11.2025 18:51:05  
Уникальный программный ключ:  
e789ec8739030382afc5ebff702928adf1af5cfb

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании  
кафедры математики и физики  
14.05.2021 г., протокол №9  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.А. Кашутина

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.19 «Временные ряды»

**Направление подготовки:** 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

**Профили подготовки:** общий

**Квалификация выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Курс 4, семестр 8**

**Зачет с оценкой 8 семестр**

Петропавловск-Камчатский 2021 г.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», утвержденного 10.01.2018 (приказ №9)

Разработчик(и):

доцент кафедры математики и физики,  
кандидат физико-математических наук, доцент Водинчар Глеб Михайлович

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины.....	стр. 4
2. Место дисциплины в структуре ОП ВО.....	стр. 4
3. Планируемые результаты обучения по дисциплине.....	стр. 4
4. Содержание дисциплины.....	стр. 6
5. Тематическое планирование.....	стр. 7
6. Самостоятельная работа.....	стр. 10
7. Тематика контрольных работ, курсовых работ (при наличии).....	стр. 16
8. Перечень вопросов на зачет (дифференцированный зачет, экзамен).....	стр.16
9. Учебно-методическое и информационное обеспечение.....	стр.18
10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента.....	стр. 19
11. Материально-техническая база.....	стр. 24

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

## 1. Цель и задачи освоения дисциплины

**Цель освоения дисциплины** – овладение основными методами анализа временных рядов, параметрического и непараметрического статистических характеристик. Выработка умений и овладение навыками по исследованию динамических характеристик изучаемых процессов и систем, необходимых для успешной профессиональной деятельности математика-прикладника в будущем. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные методы непараметрического анализа временных рядов, класс моделей АРСС и АРПСС, методы оценивания параметров на основе этих моделей; уметь применять пакеты прикладных программ для решения задач анализа временных рядов; уметь программировать основные операции по обработке рядов.

**Задачи освоения дисциплины** заключаются в:

- изучении основных характеристик временных рядов ;
- изучении важнейших методов непараметрического анализа рядов;
- изучение моделей АРСС и АРПСС;
- изучение методов параметрического оценивания;
- выработка умений по решению задач анализа рядов;
- овладение навыками использования математических пакетов программ и программирования обработки временных рядов.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к группе дисциплин по выбору блока Б1 и предусматривает наличие базовых знаний по «Математическому анализу», «Теории вероятностей и математической статистике», «Функциональному анализу», «Численным методам». Усвоение содержания дисциплины необходимо для прохождения практики и подготовки выпускной квалификационной работы бакалавра.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки:

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
Теоретически	ОПК-1. Способен применять	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

е и практи ческие основы профес сионал ьной деятел ьности	фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний.
	ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знает базовые математические методы решения прикладных задач. ОПК-2.2. Умеет адаптировать существующие математические методы для решения конкретной прикладной задачи. ОПК-2.3. Имеет опыт решения прикладных задач с использованием математических методов и систем программирования.
	ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает классические математические модели, применяемые в различных областях человеческой деятельности. ОПК-3.2. Умеет модифицировать классические математические модели для решения конкретных задач профессиональной деятельности. ОПК-3.3. Имеет опыт применения методов математического моделирования для решения конкретных задач профессиональной деятельности.

#### 4. Содержание дисциплины

##### **Стационарные временные ряды.**

Временные ряды и случайные процессы. Моментные функции, их свойства. Стационарность и эргодичность. Спектральные разложения. Статистические критерии нормальности и стационарности (хи-квадрат, Аббе, Кочрена, серий, инверсий).

##### **Выделение трендов временных рядов.**

Оценивание полиномиального тренда методом наименьших квадратов. Ортогональные многочлены. Оценивание общей функции регрессии. Адаптивные методы оценивания функции регрессии. Оценивание функции регрессии методом наибольшего правдоподобия. Робастные методы оценивания функции регрессии. Сплайн-аппроксимация функции регрессии.

##### **Спектральный анализ временных рядов.**

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

Спектральные функции и спектральные плотности, их свойства. Периодограммы. Свойства периодограммы как оценки спектральной плотности. Сглаживающие окна во временной и частотной областях. Примеры окон. Кросс-корреляции и кросс- спектры. Линейные фильтры. Частотные характеристики фильтров. Функции взаимной когерентности.

#### **АРСС- и АРПСС-модели временных рядов.**

Дискретный белый шум. Понятие общей линейной модели, АР-, СС-, АРСС-процессов. Условия обратимости, стационарности, казуальности. Теорема Рисса-Фейера. Корреляционные и частные корреляционные функции АР-, СС- и АРСС-процессов. Оценивание параметров АР- и СС-процессов (методы наименьших квадратов, Юла-Уолкера, Дурбина-Левинсона). Оценивание параметров АРСС-процесса методами Юла-Уолкера, Бокса-Дженкинса. Разладка АРСС-процессов. Конечно-разностные операторы. Процессы АРПСС. Прогнозирование АРПСС-процессов.

### **5. Тематическое планирование**

#### **Модули дисциплины**

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторны е	Сам. работа	Всего , часо в
1	Непараметрический анализ временных рядов	10	14	0	20	44
2	АРСС- и АРПСС-модели временных рядов	10	14	0	40	64
	Всего	20	28	0	60	108

#### **Тематический план**

##### **Модуль 1**

№ темы	Тема	Вид занятия	Кол-во часов	Формируемые компетенции
	<b>Лекции</b>			
1	Стационарные временные ряды, их основные свойства и статистики.	Лек	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

2	Выделение трендов временных рядов методом наименьших квадратов.	Лек	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
3	Сплайн-аппроксимация трендов	Лек	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
4	Корреляционный анализ временных рядов	Лек	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
5	Спектры и кросс-спектры временных рядов	Лек	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
	<b>Практические занятия (семинары)</b>			
1	Программная имитация временного ряда	Пр/сем	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
2	Дифференцирование и простейшая обработка временных рядов в скользящих окнах	Пр/сем	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
3	Основные статистики стационарных рядов	Пр/сем	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
4	Корреляционные функции временных рядов	Пр/сем	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
5	Спектральные плотности временных рядов	Пр/сем	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
6	Выделение полиномиальных трендов временных рядов	Пр/сем	4	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
	<b>Самостоятельная работа</b>			
1	Оптимальный среднеквадратичный предиктор	Сам.ра б.	6	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
2	Адаптивные методы оценивания функции регрессии.	Сам.ра б.	4	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
3	Оценивание функции регрессии методом наибольшего правдоподобия.	Сам.ра б.	6	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
4	Робастные методы оценивания функции регрессии.	Сам.ра б.	4	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3

## Модуль 2

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

№ темы	Тема	Вид занятий	Кол-во часов	Формируемые компетенции
	<b>Лекции</b>			
1	Дискретный белый шум и общая линейная модель временного ряда	Лек	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
2	АР-, СС-, АРСС-процессов. Условия обратимости, стационарности, казуальности	Лек	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
3	Оценивание параметров АР- и СС-процессов	Лек	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
4	Оценивание параметров АРСС-процесса методами Юла-Уолкера, Бокса-Дженкинса	Лек	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
5	Разладка АРСС-процессов. АРПСС-процессы. Спектральные характеристики АРСС-процессов	Лек	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
	<b>Практические занятия (семинары)</b>			
1	Оценивание корреляционных и частных корреляционных функций АР-процесса	Пр/сем	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
2	Оценивание корреляционных и частных корреляционных функций СС-процесса	Пр/сем	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
3	Оценивание корреляционных и частных корреляционных функций АРСС-процесса	Пр/сем	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
4	Оценивание параметров АР-процессов	Пр/сем	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
5	Оценивание параметров СС-процессов	Пр/сем	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
6	Оценивание параметров АРСС-процессов. Спектральные плотности АРСС-процессов	Пр/сем	4	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
	<b>Самостоятельная работа</b>			
1	Теорема Рисса-Фейера	Сам.раб.	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3



ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

2	Временные ряды в пакете gretl	Сам.раб.	12	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
3	Анализ АРПСС-процессов в пакете gretl	Сам.раб.	18	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3

## 6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная самостоятельная работа.

Аудиторная самостоятельная работа включает решение задач на доказательство и вычисления на практических занятиях, доклады на семинарских занятиях, обсуждение заслушанных докладов.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- изучение литературы, осмысление изучаемой литературы;
- работа с математическими интернет-ресурсами;
- аналитическая обработка текста (конспектирование, реферирование);
- составление плана и тезисов ответа в процессе подготовки к занятию;
- решение задач на доказательство и вычисление;
- подготовка ответов на вопросы зачета.

### 6.1. Планы практических занятий

#### 7 семестр

#### Практическое занятие 1.1

#### Программная имитация временного ряда

**Задание 1.** Произвольно выберите для многочлена  $A(z) = 1 - \sum_{i=1}^5 a_i z^i$  с вещественными коэффициентами 1 пару сопряженных комплексных корней и 3 вещественных корня так, чтобы все корни лежали вне единичного круга  $|z| = 1$ . Определите коэффициенты многочлена  $a_i$ .

**Задание 2.** Сгенерируйте на ЭВМ 1000 элементов временного ряда  $x_t = \sum_{i=1}^5 a_i x_{t-i} + \sum_{j=0}^3 b_j w_{t-j}$ ,  $1 \leq t \leq 1000$ , где  $w_t$  - последовательность независимых величин, распределенных по закону  $N(0;1)$ . Коэффициенты  $a_i$  возьмите из предыдущего задания.

**Задание 3.** Постройте график полученного временного ряда и его начального отрезка из 100 отсчетов.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

### Практическое занятие 1.2

#### Дифференцирование и простейшая обработка временных рядов в скользящих окнах

**Задание 1.** Проведите дискретное дифференцирование временного ряда из предыдущего занятия. Совместите на одном графике временной ряд и его дискретную производную.

**Задание 2.** Проведите сглаживание ряда из предыдущего занятия в скользящем временном окне простого усреднения размера 50 отсчетов. Совместите на одном графике исходный и сглаженный ряды.

### Практическое занятие 1.3

#### Основные статистики стационарных рядов

**Задание 1.** Расчлените ряд  $x_t$  на 10 рядов по 100 элементов  $y_{kt} = x_{t+100(k-1)}$ ,  $1 \leq t \leq 100$ ,  $1 \leq k \leq 10$ . Определите выборочные числовые характеристики рядов  $x_t$  и  $y_{kt}$ : среднее  $\hat{\mu}$ , дисперсию  $\hat{d}$ , нормированное среднее абсолютное отклонение  $\hat{\delta}$ , коэффициенты асимметрии  $\hat{\gamma}$  и эксцесса  $\hat{\beta}$ . Проведите их сравнительный анализ для подпоследовательностей  $y_{kt}$  и ряда  $x_t$ .

**Задание 2.** Проведите проверку ряда  $x_t$  на нормальность с помощью критерия хи-квадрат.

### Практическое занятие 1.4

#### Корреляционные функции временных рядов

**Задание 1.** Определите выборочные нормированные корреляционные функции последовательностей  $x_t$  и  $y_{kt}$ . Эта функция для ряда  $x_t$  определяется по формуле

$$\hat{r}(\tau) = \frac{1}{\hat{d}(1000 - \tau - 1)} \sum_{t=1}^{1000-\tau} \left( x_t x_{t+\tau} - \left( \hat{\mu} \right)^2 \right), \quad 0 \leq \tau \leq \tau_{\max}.$$

Для рядов  $y_{kt}$  необходимо использовать аналогичную формулу, с соответствующими заменами. Временной сдвиг  $\tau_{\max}$  определяется при этом из условия  $\hat{r}(\tau) < \varepsilon$  при  $\tau > \tau_{\max}$  и  $\hat{r}(\tau_{\max} - 1) \geq \varepsilon$ . Величина  $\tau_{\max}$  называется радиусом корреляции на уровне  $\varepsilon$ . При достаточно малых  $\varepsilon$  практически можно считать, что разнесенные во времени более чем на  $\tau_{\max}$  элементы ряда некоррелированы. Вычислите теперь характеристики из задания 1 предыдущего занятия по некоррелированным отсчетам, проводя суммирование элементов через  $\tau_{\max}$  отсчетов. Снова проведите проверку ряда  $x_t$  на нормальность с помощью критерия хи-квадрат.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

**Задание 2.** Проверьте свойство эргодичности ряда  $x_t$  по отношению к степенной функции  $t^s$ . Для этого вычислить временные средние  $m_s = \frac{1}{1000} \sum_{t=1}^{1000} x_t^s$  и  $m_{ks} = \frac{1}{100} \sum_{t=1}^{1000} y_{kt}^s$  для  $1 \leq s \leq 5$ . Проведите сравнительный анализ  $m_s$  и  $m_{ks}$ .

### Практическое занятие 1.5 Спектральные плотности временных рядов

**Задание 1.** Для ряда  $x_t$  из первого занятия постройте непараметрическую оценку спектральной плотности. Для этого вычислите дискретное преобразование Фурье  $S^2(\omega)$

корреляционной функции  $\hat{r}(\tau)$  из предыдущего занятия, продолженной четным образом на отрицательные значения  $\tau$ . Постройте графики амплитудного и фазового спектра ряда.

**Задание 2.** Для ряда  $x_t$  из первого занятия и результата его сглаживания  $y_t$  в скользящем окне из второго занятия постройте непараметрическую оценку кросс-корреляционной функции  $\hat{r}_{xy}(\tau) = \frac{1}{d(1000-\tau-1)} \sum_{t=1}^{1000-\tau} (x_t y_{t+\tau} - \hat{\mu}_x \hat{\mu}_y)$ . Затем вычислите дискретное

преобразование Фурье  $S_{xy}^2(\omega)$  кросс-корреляционной функции. Получите оценку кросс-спектра. Постройте графики амплитудного и фазового кросс-спектра рядов.

### Практическое занятие 1.6 Выделение полиномиальных трендов временных рядов

**Задание 1.** Сформируйте последовательность  $\varepsilon_t, t = 0, 1, \dots, 100$  из независимых случайных величин, распределенных по закону  $N(0;1)$ . Сгенерируйте наблюдения временного ряда

$x_t = m_t + \sigma \varepsilon_t$ , где тренд  $m_t$  определен формулой  $m_t = \sum_{k=0}^q a_k T_k\left(\frac{t}{100}\right)$ ,  $T_k$  - многочлены Чебышева,  $q = 5$ . Коэффициенты  $a_k$  и стандартное отклонение шума  $\sigma$  возьмите у преподавателя.

**Задание 2.** Методом наименьших квадратов постройте оценку коэффициентов  $a_k$  и стандартного отклонения шума  $\sigma$ . Постройте в одной системе координат график тренда и его оценки, а также реализации ряда  $x_t$ .

## 8 семестр

В планах практических занятий используются ссылки на алгоритмы и формулы из открытого электронного ресурса [1]:

Медведев Г.А., Морозов В.А. Практикум на ЭВМ по анализу временных рядов. – Минск: Электронная книга БГУ, 2004

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

[https://www.studmed.ru/view/medvedev-ga-morozov-va-praktikum-na-evm-po-analizu-vremennyh-ryadov\\_ec7ee0f4fe3.html](https://www.studmed.ru/view/medvedev-ga-morozov-va-praktikum-na-evm-po-analizu-vremennyh-ryadov_ec7ee0f4fe3.html)

### Практическое занятие 2.1

#### Оценивание корреляционных и частных корреляционных функций АР-процессов

**Задание 1.** Сгенерируйте временной ряд  $x_t, t = 1, \dots, N$  порождаемый казуальным АР(p)-процессом. Коэффициенты уравнения процесса, порядок процесса, число отсчетов временного ряда и стандартное отклонение шума получите у преподавателя. Начальные значения процесса положите нулевыми. Оцените корреляционную функцию  $\gamma(s)$ , используя алгоритм 1 ([1], стр. 63).

**Задание 2.** Оцените частную корреляционную функцию  $\alpha(s)$  процесса из предыдущего задания, используя формулу (3.10) из [1].

**Задание 2.** Постройте графики функций  $\alpha(s)$  и  $\gamma(s)$ . Качественно охарактеризуйте различие между ними.

### Практическое занятие 2.2

#### Оценивание корреляционных и частных корреляционных функций СС-процессов

**Задание 1.** Сгенерируйте временной ряд  $x_t, t = 1, \dots, N$  порождаемый обратимым СС(q)-процессом. Коэффициенты уравнения процесса, порядок процесса, число отсчетов временного ряда и стандартное отклонение шума получите у преподавателя. Начальные значения процесса положите нулевыми. Оцените корреляционную функцию  $\gamma(s)$ , используя алгоритм 2 ([1], стр. 63).

**Задание 2.** Оцените частную корреляционную функцию  $\alpha(s)$  процесса из предыдущего задания, используя формулу (3.10) из [1].

**Задание 2.** Постройте графики функций  $\alpha(s)$  и  $\gamma(s)$ . Качественно охарактеризуйте различие между ними.

### Практическое занятие 2.3

#### Оценивание корреляционных и частных корреляционных функций АРСС-процессов

**Задание 1.** Сгенерируйте временной ряд  $x_t, t = 1, \dots, N$  порождаемый обратимым и казуальным АРСС(p,q)-процессом. Коэффициенты уравнения процесса, порядки процесса, число отсчетов временного ряда и стандартное отклонение шума получите у преподавателя. Начальные значения процесса положите нулевыми. Оцените корреляционную функцию  $\gamma(s)$ , используя алгоритм 3 ([1], стр. 63).

**Задание 2.** Оцените частную корреляционную функцию  $\alpha(s)$  процесса из предыдущего задания, используя формулу (3.10) из [1].

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

**Задание 2.** Постройте графики функций  $\alpha(s)$  и  $\gamma(s)$ . Качественно охарактеризуйте различие между ними.

### **Практическое занятие 2.4** **Оценивание параметров АР-процессов**

**Задание 1.** Сгенерируйте временной ряд  $x_t, t = 1, \dots, N$  порождаемый казуальным АР(p)-процессом. Коэффициенты уравнения процесса, порядок процесса, число отсчетов временного ряда и стандартное отклонение шума получите у преподавателя. Начальные значения процесса положите нулевыми. Оцените по временному ряду коэффициенты процесса и дисперсию шума методом наименьших квадратов.

**Задание 2.** Оцените по временному ряду из предыдущего задания коэффициенты процесса и дисперсию шума методом Юла-Уолкера..

**Задание 3.** Оцените по временному ряду из предыдущего задания коэффициенты процесса и дисперсию шума методом Дурбина-Левинсона.

### **Практическое занятие 2.5** **Оценивание параметров СС-процессов**

**Задание 1.** Сгенерируйте временной ряд  $x_t, t = 1, \dots, N$  порождаемый обратимым СС(q)-процессом. Коэффициенты уравнения процесса, порядок процесса, число отсчетов временного ряда и стандартное отклонение шума получите у преподавателя. Оцените по временному ряду коэффициенты процесса методом Дурбина-Левинсона.

**Задание 2.** Используя формулы (3.39) и (3.40) из [1], оцените порядок процесса, а затем постройте доверительные интервалы для коэффициентов процесса.

### **Практическое занятие 2.6** **Оценивание параметров АРСС-процессов**

**Задание 1.** Сгенерируйте временной ряд  $x_t, t = 1, \dots, N$  порождаемый казуальным и обратимым АРСС(p,q)-процессом. Коэффициенты уравнения процесса, порядок процесса, число отсчетов временного ряда и стандартное отклонение шума получите у преподавателя. Начальные значения процесса положите нулевыми.. Оцените коэффициенты процесса с помощью метода Юла-Уолкера (алгоритмы 1-3, стр 74-76 из [1]).

**Задание 2.** Оцените коэффициенты процесса методом Дурбина-Левинсона. Проведите сравнительный анализ по эффективности и точности оценок коэффициентов с оценками из предыдущего задания.

### **Практическое занятие 2.7** **Спектральные плотности АРСС-процессов**

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

**Задание 1.** Для АРСС-процесса из предыдущего занятия постройте непараметрические оценки корреляционной функции и спектральной плотности. Постройте график спектральной плотности.

**Задание 2.** Используя оценки коэффициентов процесса методом Дурбина-Левинсона запишите явный вид спектральной плотности. Постройте ее график. Сравните два графика полученных оценок спектра процесса.

## 7. Примерная тематика курсовых работ.

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

1.

## 8. Перечень вопросов на зачет и экзамен.

Вопросы на зачет (7 семестр)

1. Случайные процессы с дискретным временем.
2. Моментные функции
3. Автокорреляционная функция.
4. Кросс-корреляционная функция
5. Стационарность в узком и широком смыслах
6. Эргодичность
7. Спектральные разложения
8. Критерии стационарности
9. Ортогональные многочлены.
10. Оценивание общей функции регрессии.
11. Адаптивные методы оценивания функции регрессии.
12. Оценивание функции регрессии методом наибольшего правдоподобия.
13. Робастные методы оценивания функции регрессии.
14. Сплайн-аппроксимация функции регрессии.
15. Спектральные функции и спектральные плотности, их свойства
16. Периодограммы.
17. Свойства периодограммы как оценки спектральной плотности.
18. Сглаживающие окна во временной и частотной областях.
19. Кросс-корреляции и кросс- спектры.
20. Линейные фильтры.
21. Частотные характеристики фильтров.
22. Функции взаимной когерентности.

Вопросы на экзамен (8 семестр)

1. Дискретный белый шум.
2. Понятие общей линейной модели.
3. АР-процессы, условие казуальности.
4. СС-процессы, условие обратимости.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

5. АРСС-процессы.
6. Теорема Рисса-Фейера.
7. Корреляционные и частные корреляционные функции АР-процессов.
8. Корреляционные и частные корреляционные функции СС-процессов
9. Корреляционные и частные корреляционные функции АРСС-процессов.
10. Оценивание параметров АР-процесса методом наименьших квадратов
11. Оценивание параметров АР-процесса методом Юла-Уолкера.
12. Оценивание параметров АР-процесса методом Дурбина-Левинсона.
13. Оценивание параметров СС-процессов методом Дурбина-Левинсона.
14. Оценивание параметров АРСС-процесса методом Юла-Уолкера.
15. Оценивание параметров АРСС-процесса методом Бокса-Дженкинса.
16. Разладка АРСС-процессов.
17. Конечно-разностные операторы.
18. Процессы АРПСС.
19. Прогнозирование АРПСС-процессов.

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение

### 9.1. Основная учебная литература:

1. Водинчар Г.М. Оценивание параметров периодичности в пуассоновских процессах. – Петропавловск-Камчатский: КамГУ им. Витуса Беринга, 2013.
2. Медведев Г.А., Морозов В.А. Практикум на ЭВМ по анализу временных рядов. – Минск: Электронная книга БГУ, 2004

[https://www.studmed.ru/view/medvedev-ga-morozov-va-praktikum-na-evm-po-analizu-vremennyh-ryadov\\_ec7ee0f4fe3.html](https://www.studmed.ru/view/medvedev-ga-morozov-va-praktikum-na-evm-po-analizu-vremennyh-ryadov_ec7ee0f4fe3.html)

### 9.2. Дополнительная учебная литература:

3. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование. – М.: Финансы и статистика, 2001. <https://booksee.org/dl/484220/22d553>
4. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогноза временных рядов. – М.: Финансы и статистика, 2003. [https://www.studmed.ru/view/lukashin-yup-adaptivnye-metody-kratkosrochnogo-prognozirovaniya-vremennyh-ryadov\\_39c4e89988b.html](https://www.studmed.ru/view/lukashin-yup-adaptivnye-metody-kratkosrochnogo-prognozirovaniya-vremennyh-ryadov_39c4e89988b.html)
5. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов.– М.: Мир, 1976. <http://bookfi.net/book/719600>
6. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.:Мир, 1989.

### 9.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет:

Название электронного ресурса	Используемый
-------------------------------	--------------

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

	<i>для работы адрес</i>
eLibrary – Научная электронная библиотека	<a href="https://www.elibrary.ru">https://www.elibrary.ru</a>
ЭБС ibooks.ru – библиотека цифрового века	<a href="http://ibooks.ru">http://ibooks.ru</a>
Math-Net – Общероссийский математический портал	<a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>
dxdy – научный форум	<a href="https://dxdy.ru/">https://dxdy.ru/</a>
EqWorld – мир математических уравнений	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm">http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm</a>

## 10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

### Критерии оценивания уровня сформированности компетенций и оценки уровня успеваемости обучающегося

#### Текущий контроль

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения модулей дисциплины (оценка)	Критерии оценивания отдельных видов работ обучающихся	
		<i>Практическое/семинарское занятие</i>	<i>Процентное соотношение полноты ответов</i>
Высокий	отлично	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом	91-100%



ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

		продемонстрированы глубокие исчерпывающие знания всего программного материала, понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием математической терминологии. Студентом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков). Студентом могут быть допущены отдельные недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно.	
Базовый	хорошо	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие знания всего программного материала, понимание существенных и несущественных признаков, причинно-следственные связи, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием математической терминологии. Студентом продемонстрирована в целом успешная сформированность компетенций (знаний, умений, навыков), вместе с тем имеют место отдельные пробелы в умении, студент не вполне осознанно, владеет навыками. Студентом могут быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки.	76 до 90 %
Пороговый	удовлетворительно	Оценивается ответ студента, которым даны недостаточно полные и развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Логика и последовательность изложения нарушены. Допущены ошибки в определении употреблении понятий. Студент с затруднением самостоятельно выделяет существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. Студентом в целом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков), вместе с тем имеют место несистематическое использование умений и фрагментарные навыки.	50 до 75 %
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно	Оценивается ответ студента, представляющей собой разрозненные знания с существенными ошибками. Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает	менее 50 %

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

аны		связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Отсутствуют конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная, математическая терминология не используется или используется неверно. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. Компетенции (знания, умения, навыки) по дисциплине не сформированы: теоретические знания имеются, но они разрознены, умения и навыков отсутствуют // Либо ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа на поставленные вопросы.	
-----	--	--	--

#### Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения дисциплины	Критерии оценивания обучающихся (работ обучающихся)	
		зачет/дифференцированный зачет/экзамен	контрольная работа, курсовая работа (проект)
Высокий	отлично (зачтено)	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие исчерпывающие знания всего программного материала, понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стил изложения материала научный с использованием математической терминологии. Студентом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине.	Оценивается работа, в которой дано всестороннее и глубокое освещение избранной темы (проблематики) в тесной взаимосвязи с практикой и современностью. Студент показал умение работать с научной и учебной литературой, делать теоретические и практические выводы. На защите студентом продемонстрированы глубокое знание темы исследования, умение использовать математической терминологию, способность вести научную дискуссию, аргументировано отстаивать свою научную позицию по результатам работы. Выступление выстроено логично и последовательно, четко отражает результаты исследования. При защите студент дает правильные и

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

		Студентом могут быть допущены отдельные недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно.	обоснованные ответы на вопросы, свободно ориентируется в тексте работы. Студентом продемонстрирована готовность к самостоятельной профессиональной деятельности.
Базовый	хорошо (зачтено)	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие знания всего программного материала, понимание существенных и несущественных признаков, причинно-следственные связи, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием математической терминологии. Студентом продемонстрирована в целом успешная сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине, вместе с тем имеют место отдельные пробелы в умении, студент не вполне осознанно, владеет навыками. Студентом могут быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки.	Оценивается работа, в которой дано всестороннее освещение избранной темы (проблематики) в тесной взаимосвязи с практикой и современностью. Студент показал умение работать с научной и учебной литературой, делать теоретические и практические выводы. Тема работы в целом раскрыта. На защите студентом продемонстрированы знание темы исследования, умение использовать математическую терминологию. Выступление выстроено логично и последовательно, достаточно хорошо отражает результаты исследования. При защите студент дает правильные ответы на большинство вопросов, хорошо ориентируется в тексте работы, достаточно обосновано защищает свою точку зрения. Студентом продемонстрирована готовность к самостоятельной профессиональной деятельности.
Пороговый	удовлетворительно (зачтено)	Оценивается ответ студента, которым даны недостаточно полные и развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы.	Оценивается работа, выполнена самостоятельно, присутствуют собственные обобщения, заключения и выводы, носящие общий характер. В оформлении,

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

		<p>Логика и последовательность изложения нарушены. Допущены ошибки в определении употреблении понятий. Студент с затруднением самостоятельно выделяет существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. Студентом в целом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине, вместе с тем имеют место несистематическое использование умений и фрагментарные навыки.</p>	<p>структуре и стиле работы есть недостатки. В работе соблюдаются общие требования. Автор работы в основном владеет материалом, однако литература и источники по теме работы использованы в недостаточном объеме. Выступление выстроено не вполне последовательно, с нарушением логики, недостаточно четко отражает результаты исследования. Отвечая на вопросы, студент допускает ошибки. Вместе с тем, студент способен осуществлять самостоятельную профессиональную деятельность.</p>
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно (не зачтено)	<p>Оценивается ответ студента, представляющей собой разрозненные знания с существенными ошибками. Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Отсутствуют конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная, математическая терминология не используется или используется неверно. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. Компетенции (знаний, умений, навыков) по дисциплине не сформированы: теоретические знания имеются, но они</p>	<p>Оценивается работа, содержание которой не соответствует заявленной проблематике. При написании работы не были использованы современные источники и литература. Оформление работы не соответствует требованиям. В докладе студента отсутствует логика и последовательность, не приведены результаты исследования. Студент не ориентируется в тексте работы, при защите допускает грубые фактические ошибки при ответах на поставленные вопросы или вовсе не отвечает на них. Студентом продемонстрирована неготовность к самостоятельной профессиональной деятельности.</p>

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.О.19 «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», общий профиль		

		разрознены, умения и навыков отсутствуют // Либо, если ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа на поставленные вопросы.	
--	--	--	--

### 11. Материально-техническая база

Для изучения студентами дисциплины «Временные ряды» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль «Прикладная математика и информатика» требуется:

1. Лекционная аудитория, укомплектованная учебной мебелью, мультимедийной техникой(проектор и ноутбук), экраном. Для проведения практических занятий требуется компьютерный класс, укомплектованный учебной мебелью, мультимедийной техникой(проектор и ноутбук), экраном, рабочими станциями с установленной системой компьютерной алгебры МАХІМА, математическими пакетами SciLab и Octave, пакетом научной визуализации gnuplot, пакетом анализа временных рядов gretl.
2. Для подготовки студентов (самостоятельной работы) необходима следующая материально-техническая база: помещение для самостоятельной работы, оборудованное учебной мебелью, рабочими станциями с установленной системой компьютерной алгебры МАХІМА, математическими пакетами SciLab и Octave, пакетом научной визуализации gnuplot, пакетом анализа временных рядов gretl и подключением к сети Интернет и ЭБС ibooks.ru, ЭБС eLibrary; библиотека