

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ребковец Ольга Александровна
Должность: И.о. ректора
Дата подписания: 01.11.2023 15:56:57
Уникальный программный ключ:
e789ec8739030382afc5ebff702928ad1a15c0

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании
кафедры математики и физики
14.05.2022 г., протокол №9
зав. кафедрой _____ И.А. Кашутина

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)

Б1.О.15 «Теория функций действительного переменного»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Квалификация выпускника: Бакалавр

Год набора: 2022

Форма обучения: очная

Курс 3 Семестр 6

Экзамен: 6 семестр

Петропавловск-Камчатский 2022 г.

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата)", утвержденного приказом Минобрнауки России от 10.01.2018 № 9.

Составитель:

Профессор кафедры математики и физики _____ Р.И. Паровик

1. Цель и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является - формирование систематизированных знаний по теории функций действительного переменного и навыков их исследования. Приобретенные теоретические знания и практические навыки позволят студентам самостоятельно ставить и решать задачи теории функций действительного переменного.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Б.1. Цикл математических и естественнонаучных дисциплин (базовая часть).

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки (специальности):

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает классические математические модели, применяемые в различных областях человеческой деятельности. ОПК-3.2. Умеет модифицировать классические математические модели для решения конкретных задач профессиональной деятельности. ОПК-3.3. Имеет опыт применения методов математического моделирования для решения конкретных задач профессиональной деятельности.

4. Содержание дисциплины

Тема №1. Элементы теории множеств.

Множества и их мощность; счетные множества и их свойства; множества мощности континуума и их свойства; множество вещественных чисел; теоремы о мощности промежуточного множества и множестве сколь угодно большой мощности.

Тема №2. Пространства. Сходимость в метрических пространствах

Метрические пространства, метрика и норма, примеры. Геометрия пространств: открытые и замкнутые множества и их структура и свойства, примеры. Сходимость в метрических пространствах, фундаментальные последовательности и полные пространства, плотные множества и теорема о вложенных шарах.

Тема №3. Отображения

Отображения, непрерывные отображения, сжимающие отображения и их неподвижные точки, принцип сжимающих отображений. Теоремы “Существования и единственности”.

Тема №4. Мера и измеримые множества

Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства.

Тема №5. Интеграл Лебега

Интеграл Лебега и его свойства. Сравнение интегралов Римана и Лебега.

5. Тематическое планирование

Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Контроль	Всего, часов
1	Нелинейная динамика	16	20	0	36	36	108
	Всего	16	20	0	36	36	108

Тематический план

Модуль 1

№ темы	Тема	Кол-во часов	Компетенции по теме
	Лекции		
1	Элементы теории множеств.	2	ОПК-3
2	Пространства. Сходимость в метрических пространствах.	4	ОПК-3
3	Отображения	4	ОПК-3
4	Мера и измеримые множества.	2	ОПК-3
5	Интеграл Лебега	4	ОПК-3
	Практические работы		
1	Элементы теории множеств.	4	ОПК-3

2	Пространства. Сходимость в метрических пространствах.	4	ОПК-3
3	Отображения	4	ОПК-3
4	Мера и измеримые множества.	4	ОПК-3
5	Интеграл Лебега	4	ОПК-3
Самостоятельная работа			
1	Введение. Новые проблемы математического анализа на рубеже XIX и XX веков. Возникновение ТФДП и содержание курса.	6	ОПК-3
2	Теорема Банаха о сжимающих отображениях и метод последовательных приближений. Приложения	6	ОПК-3
3	Алгебра и сигма-алгебра множеств. Борелевская сигма-алгебра и её свойства.	4	ОПК-3
4	Пространства со скалярным произведением. Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Важнейшие гильбертовы пространства.	10	ОПК-3
5	Ряды Фурье в произвольном Гильбертовом пространстве. Тригонометрические ряды Фурье в пространствах функций	10	ОПК-3

6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выступление по вопросам семинарских занятий, выполнение практических заданий (*при наличии*).

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- Конспектирование, решение задач, реферат.

6.1. Планы практических занятий

Тема №1. Элементы теории множеств.

Решение задач. Множества и их мощность; счетные множества и их свойства; множества мощности континуума и их свойства; множество вещественных чисел; теоремы о мощности промежуточного множества и множестве сколь угодно большой мощности.

Тема №2. Пространства. Сходимость в метрических пространствах

Решение задач. Метрические пространства, метрика и норма, примеры. Геометрия пространств: открытые и замкнутые множества и их структура и свойства, примеры. Сходимость в метрических пространствах, фундаментальные последовательности и полные пространства, плотные множества и теорема о вложенных шарах.

Тема №3. Отображения

Решение задач. Отображения, непрерывные отображения, сжимающие отображения и их неподвижные точки, принцип сжимающих отображений. Теоремы “Существования и единственности”.

Тема №4. Мера и измеримые множества

Решение задач. Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства.

Тема №5. Интеграл Лебега

Решение задач. Интеграл Лебега и его свойства. Сравнение интегралов Римана и Лебега.

6.3 Внеаудиторная самостоятельная работа

Тема №1. Новые проблемы математического анализа на рубеже XIX и XX веков. Возникновение ТФДП и содержание курса.

Тема №2. Теорема Банаха о сжимающих отображениях и метод последовательных приближений. Приложения

Задача Коши. Единственность задачи Коши. Численные методы. Сходимость.

Тема №3. Алгебра и сигма-алгебра множеств. Борелевская сигма-алгебра и её свойства.

Примеры алгебр и их приложения.

Тема №4. Пространства со скалярным произведением. Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Важнейшие гильбертовы пространства.

Примеры Гильбертовых пространств и их приложений.

Тема №5. Ряды Фурье в произвольном Гильбертовом пространстве. Тригонометрические ряды Фурье в пространствах функций.

Применение преобразования Фурье и его приложения.

1	Введение. Новые проблемы математического анализа на рубеже XIX и XX веков. Возникновение ТФДП и содержание курса.	6	ОПК-3
2	Теорема Банаха о сжимающих отображениях и метод последовательных приближений.	6	ОПК-3

	Приложения		
3	Алгебра и сигма-алгебра множеств. Борелевская сигма-алгебра и её свойства.	4	ОПК-3
4	Пространства со скалярным произведением. Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Важнейшие гильбертовы пространства.	10	ОПК-3
5	Ряды Фурье в произвольном Гильбертовом пространстве. Тригонометрические ряды Фурье в пространствах функций	10	ОПК-3

№	Темы	Кол-во часов	Вид сам. работы
1	Введение. Новые проблемы математического анализа на рубеже XIX и XX веков. Возникновение ТФДП и содержание курса.	6	Конспект, реферат
2	Теорема Банаха о сжимающих отображениях и метод последовательных приближений. Приложения	6	Конспект, реферат
3	Алгебра и сигма-алгебра множеств. Борелевская сигма-алгебра и её свойства.	4	Конспект, реферат
4	Пространства со скалярным произведением. Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Важнейшие гильбертовы пространства.	10	Конспект, реферат
5	Ряды Фурье в произвольном Гильбертовом пространстве. Тригонометрические ряды Фурье в пространствах функций	10	Конспект, реферат

7. Перечень вопросов к экзамену

- Счетные множества и их основные свойства. Счетность множества рациональных чисел.

- Несчетность множества вещественных чисел. Основные свойства множеств мощности континуум.
- Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна.
- Мощность счетных объединений и счетных произведений счетных множеств. Канторов дисконтинуум.
- Мощность континуума континуумов и счетного произведения континуумов. Мощность множеств числовых последовательностей.
- Теорема Кантора о мощности всех отображений. Мощность множества всех подмножеств. Шкала мощностей и кардинальные числа.
- Проблема сравнимости мощностей всех множеств и Аксиома выбора. Континуум-гипотеза.
- Теорема о достаточности определения непрерывной функции на счетном множестве. Мощность пространства непрерывных функций на отрезке.
- Метрические и нормированные пространства, топологические пространства. Основные понятия.
- Пространства последовательностей: метрики, нормы, сходимость.
- Пространства функций: метрики, нормы, скалярные произведения, сходимость
- Окрестности, открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве и их свойства.
- Внутренние точки и точки прикосновения множеств Внутренность, замыкание и граница множеств и их свойства.
- Предельные и изолированные точки множеств. Сходимость последовательностей
- Строение открытых и замкнутых множеств на числовой прямой.
- Совершенные множества. Канторово множество и его свойства.
- Полные метрические пространства. Полнота пространства непрерывных функций на отрезке. Идея пополнения.
- Принцип сжимающих отображений и его применения.
- Пространство со скалярным произведением. Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Важнейшие гильбертовы пространства.
- Ряды Фурье в Гильбертовом пространстве. Тригонометрические ряды Фурье.
- Алгебра и сигма-алгебра множеств и их свойства. Борелевская сигма-алгебра.
- Конечно аддитивные и счетно аддитивные меры и их простейшие свойства.
- Построение меры Лебега на числовой прямой и ее свойства.
- Измеримые функции и их свойства. Аппроксимация измеримой ограниченной функций простыми.
- Построение интеграла Лебега по мере Лебега и его свойства. Сравнение интегралов Лебега и Римана.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение

8.1

. Основная учебная литература:

1. Дерр, В. Я. Функциональный анализ: учебное пособие для бакалавров / В. Я. Дерр. — Москва: Издательство Юрайт, 2012. — 464 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-1448-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/359594> (дата обращения: 02.02.2021).

2. Скопин В.А. Функциональный анализ и интегральные уравнения: методические указания к самостоятельной работе / Скопин В.А., Седых И.А. — Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 17 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55174.html> (дата обращения: 02.02.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Асташова И.В. Функциональный анализ: учебное пособие / Асташова И.В.. — Москва : Евразийский открытый институт, 2011. — 112 с. — ISBN 978-5-374-00486-1. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/11120.html> (дата обращения: 02.02.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Власова Е.А. Функциональный анализ: методические указания к практическим занятиям / Власова Е.А., Красновский Е.Е., Марчевский И.К. — Москва: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2009. — 80 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/31318.html> (дата обращения: 02.02.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

4. Сухинов А.И. Лекции по функциональному анализу: учебное пособие / Сухинов А.И., Фирсов И.П.. — Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2009. — 192 с. — ISBN 978-5-9275-0671-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/46993.html> (дата обращения: 02.02.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

8.2. Дополнительная учебная литература:

- Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2006. — 496 с.
- Федоров В.М. Курс функционального анализа. СПб.: Лань, 2005. — 352 с.
- Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Физматлит, 2002. — 488 с.
- Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. М.: МЦНМО, 2004. 522 с.
- Вайнберг М.М. Функциональный анализ. М.: Просвещение, 1979.
- Виленкин Н.Я., Балк Н.Б., Петров В.А. Математический анализ. Мощность, метрика, интеграл, М.: Просвещение, 1980.
- Князев П.Н. Функциональный анализ. Минск: Высшэйшая школа, 1985. — 206 с.
- Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. — М.: Наука, 1979. — 384 с.
- Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу. М., Просвещение, 1981.
- Петров В.А., Виленкин Н.Я., Граев М.М. Элементы функционального анализа в задачах. М.: Просвещение, 1978
- Треногин В.А., Писаревский Б.Н. Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Наука, 1984.
- Леонтьева Т.А. Задачи по теории функций действительного переменного / Леонтьева Т.А., Панферов В.С., Серов В.С. — Москва: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 1997. — 208 с. — ISBN 5-211-04054-6. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/13081.html> (дата обращения: 05.02.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

8.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет:

1. Электронно-информационная среда вуза (Moodle) - <http://moodle3.kamgu.ru>
2. Учебно-методические материалы для студентов физико-математического факультета - <http://fizmatkamgu.ru/ymm/>
3. Научная электронная библиотека Elibrary.ru – <http://elibrary.ru>
4. Математический портал Math-Net – <http://mathnet.ru>
5. Академия Google - <https://scholar.google.ru/>
6. видеолекции на канале Постнаука youtube.com

8.4. Информационные технологии:

Компьютерная программа символьной математики Maple.

9. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

Критерии оценивания уровня сформированности компетенций и оценки уровня успеваемости обучающегося

Текущий контроль

Уровень сформированности компетенции и	Уровень освоения модулей дисциплины (оценка)	Критерии оценивания отдельных видов работ обучающихся	
		Устный опрос, сообщение по вопросам семинарских (практических) занятий	Решение задач; составление задач; работа над обобщающими вопросами.
Высокий	Отлично	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие исчерпывающие знания всего программного материала, понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала	Верно решено от 91 до 100 % заданий (задач)

		<p>научный с использованием методической терминологии. Студентом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков). Студентом могут быть допущены отдельные недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно.</p>	
Базовый	Хорошо	<p>Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие знания всего программного материала, понимание существенных и несущественных признаков, причинно-следственные связи, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием методической терминологии. Студентом продемонстрирована в целом успешная сформированность компетенций (знаний, умений, навыков), вместе с тем имеют место отдельные пробелы в умении, студент не вполне осознанно, владеет навыками. Студентом могут быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки.</p>	Верно решено от 76 до 90 % заданий (задач)
Пороговые	Удовлетворительно	<p>Оценивается ответ студента, которым даны недостаточно полные и развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Логика и последовательность изложения нарушены. Допущены ошибки в определении употреблении понятий. Студент с затруднением самостоятельно выделяет существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. Студентом в целом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков), вместе с тем имеют место несистематическое использование умений и фрагментарные навыки.</p>	Верно решено от 50 до 75 % заданий (задач)
Компетенции не	Неудовлетворитель	<p>Оценивается ответ студента, представляющей собой разрозненные</p>	Верно решено верно менее 50

сформированы	но	знания с существенными ошибками. Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Отсутствуют конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная, методическая терминология не используется. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. Компетенции (знания, умения, навыки) по дисциплине не сформированы: теоретические знания имеются, но они разрознены, умения и навыков отсутствуют. Либо ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа на поставленные вопросы.	% заданий (задач)
--------------	----	---	-------------------

Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения дисциплины	Критерии оценивания обучающихся (работ обучающихся)
		Зачет
Высокий	Зачтено (отлично)	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие исчерпывающие знания всего программного материала, понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием методической терминологии. Студентом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине. Студентом могут быть допущены отдельные недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно.
Базовый	Зачтено	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на

	(хорошо)	<p>поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие знания всего программного материала, понимание существенных и несущественных признаков, причинно-следственные связи, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием методической терминологии. Студентом продемонстрирована в целом успешная сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине, вместе с тем имеют место отдельные пробелы в умении, студент не вполне осознанно, владеет навыками. Студентом могут быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки.</p>
Пороговый	Зачтено (удовлетворительно)	<p>Оценивается ответ студента, которым даны недостаточно полные и развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Логика и последовательность изложения нарушены. Допущены ошибки в определении употреблении понятий. Студент с затруднением самостоятельно выделяет существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. Студентом в целом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине, вместе с тем имеют место несистематическое использование умений и фрагментарные навыки.</p>
Компетенции не сформированы	Не зачтено (Неудовлетворительно)	<p>Ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа на поставленные вопросы или ответ представляет разрозненные знания с существенными ошибками. Ответ фрагментарен и не логичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Отсутствуют конкретизация и доказательность изложения. Речь</p>

		неграмотная, методическая терминология не используется. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. Компетенции (знаний, умений, навыков) по дисциплине не сформированы: теоретические знания имеются, но они разрознены, умения и навыков отсутствуют.
--	--	--

10. Материально-техническая база

Аудитория вместимостью не менее 20 человек для лекционных и практических занятий, компьютеры с установленным программным обеспечением Maple, а также оснащенный современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации (проектор), получения и передачи электронных документов.