

Документ подписан электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ребковец Ольга Александровна

Должность: И.о. преподавателя

Дата подписания: 01.11.2023 16:19:19

Уникальный программный ключ:

e789ec8739030382afc5ebff703928adf1af5cfb

ОПОП

Рабочая

программа

подготовки

(уровень бакалавриата)

СМК-РПД-В1.П2-2022

Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании  
кафедры информатики и математики  
14.05.2023 г., протокол №9  
зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.А. Кашутина

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)**

### **Б1.О.14 Комплексный анализ**

**Направление подготовки (специальность):** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Квалификация выпускника:** Бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Курс 2      Семестр 4**

**Зачет:** 4 семестр

**Год набора:** 2023

Петропавловск-Камчатский 2023 г.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», утвержденного Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9.

Разработчик(и):

Старший преподаватель, кафедра математики и физики      О.К. Жданова

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОП ВО
3. Планируемые результаты обучения по дисциплине
4. Содержание дисциплины
5. Тематическое планирование
6. Самостоятельная работа
7. Примерная тематика курсовых работ
8. Перечень вопросов на зачет (экзамен)
9. Учебно-методическое и информационное обеспечение
10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента
11. Материально-техническая база

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

### 1. Цель и задачи освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» является освоение студентами теоретических основ и научного обоснования основополагающих понятий теории функций комплексного переменного и методов практического их использования, овладение системой математических знаний, умений и навыков, обеспечивающих развитие универсальных компетенций студентов.

Задачами освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» являются: знание основных понятий теории функции комплексного переменного, таких как: комплексные числа, функции комплексного переменного, аналитические функции, ряды аналитических функций, теория вычетов, преобразование Лапласа и операционное исчисление.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Комплексный анализ» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной дисциплиной образовательной программы. Для изучения дисциплины требуется освоение курсов «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел». Дисциплина является предшествующей для курсов «Элементы операционного исчисления», «Дифференциальные уравнения».

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО (ФГОС СПО) по данному направлению подготовки (специальности):

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает классические математические модели, применяемые в различных областях человеческой деятельности. ОПК-3.2. Умеет модифицировать классические математические модели для решения конкретных задач профессиональной деятельности. ОПК-3.3. Имеет опыт применения методов математического моделирования для решения конкретных задач профессиональной деятельности.

### 4. Содержание дисциплины

**ДЕ1. Комплексные числа. Последовательности комплексных чисел.**

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

*Определение комплексного числа. Действительная и мнимая части числа. Сложение и умножение комплексных чисел. Мнимая единица, алгебраическая форма комплексного числа. Сопряженные числа, равенство комплексных чисел. Комплексная плоскость  $\mathbb{C}$ . Операции вычитания и деления комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и операций сложения и вычитания. Модуль и аргумент комплексного числа. Главное значение аргумента. Неравенства треугольника. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Теоремы о модуле и аргументе произведения и частного комплексных чисел. Возведение комплексного числа в натуральную степень. Формула Муавра. Извлечение корня  $n$ -й степени из комплексного числа. Расстояние в  $\mathbb{C}$ . Окрестность и проколота окрестность точки. Ограниченное множество, предельная и изолированная точки множества. Замкнутое множество. Граничная и внутренняя точки множества. Открытое множество. Связное множество. Определение области. Односвязные и многосвязные области. Кривая Жордана. Предел последовательности комплексных чисел. Теорема о пределах действительной и мнимой частей последовательности. Критерий Коши для предела последовательности. Ограниченная и неограниченная последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Неограниченно возрастающая последовательность. Бесконечно удаленная точка. Сфера Римана.*

### **ДЕ2. Аналитические функции.**

*Однозначная функция комплексного переменного. Многозначная функция. Геометрическая интерпретация понятия функции. Однолистное отображение и однолистная функция. Область определения и область однолистности функции. Обратная функция. Однозначная ветвь многозначной обратной функции. Предел функции комплексного переменного в конечной точке. Теорема о пределах действительной и мнимой частей функции. Критерий Коши для предела функции. Непрерывность функции. Теорема о действительной и мнимой части непрерывной функции. Предел и непрерывность функции в бесконечно удаленной точке. Непрерывность линейной комбинации, произведения и частного непрерывных функций комплексного переменного. Теорема о непрерывности сложной функции. Определение производной функции комплексного переменного. Условия Коши–Римана. Различие понятий дифференцируемости и аналитичности функции в точке. Функция аналитическая в области. Теорема о функции обратной по отношению к аналитической функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Теорема Римана о конформном отображении. Производная линейной комбинации, суммы, произведения и суперпозиции функций комплексного переменного. Функции, области однолистности и отображения этих областей, осуществляемые функциями. Многозначные функции, их главные значения и однозначные ветви. Определение точки разветвления (ветвления) многозначной функции. Обратные тригонометрические функции. Формулы вычисления производных основных элементарных функций. Дробно-линейная функция, круговое свойство и свойство сохранения симметричных точек. Ангармоническое отношение. Гармонические функции. Теорема о связи гармонических функций с аналитическими. Теорема о сопряженных гармонических функциях. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.*

### **ДЕ3. Комплексный криволинейный интеграл.**

*Определение и свойства интеграла по комплексному переменному. Теоремы о связи комплексного интеграла с криволинейным интегралом второго рода и с определенным интегралом. Теорема об интегрируемости непрерывной функции по спрямляемой кривой. Формула замены переменного интегрирования. Лемма об оценке модуля интеграла. Контурный интеграл. Теорема Коши для односвязной области. Обобщение теоремы Коши на случай многосвязной области. Следствие из теоремы Коши о независимости*

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

комплексного криволинейного интеграла от пути интегрирования. Теорема об интеграле с переменным верхним пределом. Первообразная функции и неопределенный интеграл в комплексной области. Формула Ньютона-Лейбница для криволинейного интеграла от аналитической функции. Формула интегрирования по частям для функций аналитических в односвязной области. Интегральная формула Коши. Формула среднего значения. Принцип максимума модуля аналитической функции. Интеграл типа Коши, его аналитичность, формула для  $n$ -ой производной. Аналитичность производной аналитической функции. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций. Теорема Морера. Теорема Лиувилля. Основная теорема высшей алгебры.

**ДЕ4. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора.**  
Числовые ряды с комплексными числами. Сумма ряда. Критерий Коши для комплексных рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Достаточные признаки Даламбера и Коши абсолютной сходимости ряда. Признак сравнения. Область сходимости и сумма функционального ряда. Равномерно сходящийся функциональный ряд. Достаточный признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Критерий Коши для равномерной сходимости функционального ряда. Теоремы о непрерывности суммы и почленном интегрировании равномерно сходящегося функционального ряда. Теорема Вейерштрасса о свойствах равномерно сходящегося функционального ряда, членами которого являются аналитические функции: аналитичность суммы ряда, теорема о почленном дифференцировании ряда, равномерная сходимость ряда из производных. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг и радиус сходимости степенного ряда. Определение радиуса сходимости степенного ряда на основе признаков Даламбера и Коши. Равномерная сходимость степенного ряда в круге любого радиуса меньшего, чем радиус сходимости. Аналитичность суммы степенного ряда внутри круга сходимости. Почленное дифференцирование и интегрирование степенного ряда внутри круга сходимости. Выражение для коэффициентов степенного ряда через значения суммы ряда и ее производных в центре круга сходимости. Теорема Тейлора о разложении функции, аналитической внутри круга, в степенной ряд. Коэффициенты разложения в интегральном виде и радиус сходимости ряда Тейлора. Ряды Тейлора основных элементарных функций. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности определения аналитической функции. Аналитическое продолжение в комплексную область функций действительного переменного.

**ДЕ5. Изолированные особые точки. Теория вычетов и его приложения.**  
Область сходимости ряда Лорана. Теорема о разложении функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана. Правильная точка функции. Классификация изолированных особых точек однозначной аналитической функции. Теоремы о поведении аналитической функции в окрестности устранимой особой точки, полюса и существенно особой точки. Теорема о связи между нулем и полюсом функции. Теорема Сохоцкого. Разложение аналитической функции в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки. Вычет аналитической функции в конечной изолированной особой точке. Формулы вычисления вычета в полюсе первого и произвольного порядка. Вычет в бесконечно удаленной точке. Основная теорема теории вычетов. Теорема о сумме вычетов. Вычисление интегралов по границе области при помощи вычетов. Лемма Жордана. Приложения теории вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов.

## 5. Тематическое планирование

### Модули дисциплины

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Комплексный анализ	20	24	0	64	108
	Всего	20	24	0	64	108

**Тематический план  
1 семестр**

№ темы	Тема	Кол- во часов	Компетенции по теме
	<b>Лекции</b>		
1	Комплексные числа и их свойства	2	ОПК-3
2	Функции комплексного переменного	4	ОПК-3
3	Дифференцирование функции комплексного переменного	4	ОПК-3
4	Интегрирование функции комплексного переменного	2	ОПК-3
5	Ряды в комплексной плоскости	2	ОПК-3
6	Ряды Тейлора и Лорана	2	ОПК-3
7	Особые точки	4	ОПК-3
	<b>Практические занятия (семинары)</b>		
1	Комплексные числа и их свойства	4	ОПК-3
2	Функции комплексного переменного	2	ОПК-3
3	Дифференцирование функции комплексного переменного	4	ОПК-3
4	Интегрирование функции комплексного переменного	4	ОПК-3
5	Ряды в комплексной плоскости	2	ОПК-3
6	Ряды Тейлора и Лорана	4	ОПК-3
7	Особые точки	2	ОПК-3
8	Контрольная работа	2	ОПК-3
	<b>Самостоятельная работа</b>		
1	Комплексные числа и их свойства	10	ОПК-3
2	Функции комплексного переменного	10	ОПК-3
3	Дифференцирование функции комплексного переменного	10	ОПК-3

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

4	Интегрирование функции комплексного переменного	10	ОПК-3
5	Ряды в комплексной плоскости	10	ОПК-3
6	Ряды Тейлора и Лорана	8	ОПК-3
7	Особые точки	4	ОПК-3
8	Подготовка к зачету	2	ОПК-3

## 6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа студентов по изучению дисциплины «Теория функций комплексного переменного» предусматривает следующие виды деятельности студентов:

- Изучение теоретического материала по конспектам лекций и рекомендованным литературным источникам (отчетность – тестирование по теоретическому материалу и зачет/экзамен в каждом семестре).
- Решение домашних заданий с целью подготовки к контрольным работам (отчетность – аудиторские контрольные работы и тестирование по практическим заданиям).
- Выполнение индивидуальных расчетно-графических заданий (отчетность – защита выполненных РГЗ, но не более двух РГЗ за семестр).

Контроль самостоятельной работы осуществляется по графику:

- Контроль за выполнением домашних заданий;
- Экспресс-опросы;
- Математические диктанты;
- Домашние контрольные работы;
- Проверка аудиторной контрольной работы в течение одной недели после ее выполнения;

Защита расчетно-графического задания через три недели после выдачи индивидуальных вариантов задания;

- Защита курсовой работы в конце семестра выполнения;
- Компьютерное тестирование согласно расписанию отдела качества.
- 

## 6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выступление по вопросам семинарских занятий, выполнение практических заданий (*при наличии*).

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- изучение литературы; осмысление изучаемой литературы;
- работа в информационно-справочных системах;
- аналитическая обработка текста (конспектирование, реферирование);
- составление плана и тезисов ответа в процессе подготовки к занятию;
- решение задач;
- подготовка сообщений по вопросам семинарских занятий.

### 6.1. Планы семинарских (практических, лабораторных) занятий

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

### **Тема 1. Комплексные числа и их свойства (2 пары).**

#### Вопросы для самоконтроля

1. Комплексные числа, формы комплексного числа.
2. Операции над комплексными числами.
3. Геометрическая интерпретация операций.
  - задания для работы в аудитории:  
[6], стр. 210, задачи № 33.1-33.6.

- задания для самостоятельной работы:  
[6], стр. 251, задачи № 1-4.

### **Тема 2. Функции комплексного переменного.**

#### Вопросы для самоконтроля

1. Предел и непрерывность функции к.п.
2. Геометрическая интерпретация предела.
3. Основные элементарные функции.
  - задания для работы в аудитории:  
[6], стр. 214, задачи № 33.7-33.10.

- задания для самостоятельной работы:  
[6], стр. 251, задачи № 5-7.

### **Тема 3. Дифференцирование функции комплексного переменного (2 пары).**

#### Вопросы для самоконтроля

1. Условия Эйлера-Даламбера.
2. Правила дифференцирования функций.
3. Аналитические функции.
4. Дифференциал функции к.п.
5. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
  - задания для работы в аудитории:  
[6], стр. 217, задачи № 33.11-33.21.

- задания для самостоятельной работы:  
[6], стр. 252, задачи № 8-18.

### **Тема 4. Интегрирование функции комплексного переменного (2 пары).**

#### Вопросы для самоконтроля

1. Определение, свойства и правила вычисления интеграла.
2. Свойства интеграла функции к.п.
3. Первообразная и неопределенный интеграл.
4. Формула Ньютона-Лейбница, следствия.
5. Интеграл Коши, интегральная формула Коши.
  - задания для работы в аудитории:  
[6], стр. 224, задачи № 33.22-33.25.

- задания для самостоятельной работы:  
[6], стр. 253, задачи № 19-25.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

### **Тема 5. Ряды в комплексной плоскости.**

#### Вопросы для самоконтроля

1. Числовые ряды с комплексными элементами.
2. Необходимый признак сходимости.
3. Абсолютная сходимость рядов к.ч.
4. Действия с рядами к.ч.
5. Теоремы о перестановке и произведении.
6. Теорема Абеля.

– задания для работы в аудитории:

[6], стр. 228, задачи № 33.26-33.28.

– задания для самостоятельной работы:

[6], стр. 254, задачи № 26-28.

### **Тема 6. Ряды Тейлора и Лорана (2 пары).**

#### Вопросы для самоконтроля

1. Ряд Тейлора, разложение функции в степенной ряд.
2. Ряд Маклорена.
3. Ряд Лорана.
4. Правильная и главная части ряда Лорана.
5. Нуль функции.
6. Полюс функции.
7. Устранимые особые точки.
8. Существенно особые точки.

– задания для работы в аудитории:

[6], стр. 230, задачи № 33.29-33.30.

– задания для самостоятельной работы:

[6], стр. 255, задачи № 29-30.

### **Тема 7. Особые точки.**

#### Вопросы для самоконтроля

1. Вычет функции.
2. Вычисление вычетов.
3. Применение вычетов в вычислении интегралов.

– задания для работы в аудитории:

[6], стр. 232, задачи № 33.31-33.35.

– задания для самостоятельной работы:

[6], стр. 255, задачи № 31-34.

### **Тема 8. Контрольная работа.**

#### *Примерные задания*

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

1. Составить квадратное уравнение

$$x^2 + 2x + 5 = 0$$

2. Найти действительные числа  $x$  и  $y$  из условия равенства двух комплексных чисел  
 $5x - 2y + (x + y)i = 4 + 5i$

3. Выполнить действия

$$\frac{17 - 6i}{3 - 4i}$$

а)  $3 - 4i$       б)  $(1 - i)^3$       в)  $i^{40} - i^{21}$

## 6.2 Внеаудиторная самостоятельная работа

№	тема	Виды работы
<b>1 семестр</b>		
1	Комплексные числа и их свойства	Изучение учебной литературы, решение задач для самостоятельной работы и расчетно-графического задания
2	Функции комплексного переменного	
3	Дифференцирование функции комплексного переменного	
4	Интегрирование функции комплексного переменного	
5	Ряды в комплексной плоскости	
6	Ряды Тейлора и Лорана	
7	Особые точки	

## 7. Примерная тематика контрольных работ, курсовых работ (при наличии)

*Примерные задания расчетно-графической работы.*

1. Представить в тригонометрической форме комплексные числа.

- |   |   |
|---|---|
| 1.1. а) $2 + 4i$ ; б) $\sqrt{3} - i$ ; в) 2001; | 1.2. а) $3 - 2i$ ; б) $\sqrt{5} + i$ ; в) 2002; |
| 1.3. а) $1 + 2i$ ; б) $2 - i$ ; в) $3 - 2i$ ;   | 1.4. а) $1 - i$ ; б) $-3 + 2i$ ; в) $5 + i$ ;   |
| 1.5. а) $2 - i$ ; б) $3 + 4i$ ; в) $z - 3i$ ;   | 1.6. а) $5 + i$ ; б) $1 - 3i$ ; в) $2 + i$ ;    |
| 1.7. а) $z + i$ ; б) $z + 1$ ; в) $4 - 3i$ ;    | 1.8. а) $z - 3i$ ; б) $1 + 3i$ ; в) $3 - 2i$ ;  |
| 1.9. а) $-2 + i$ ; б) $1 + i$ ; в) $1 + 2i$ ;   | 1.10. а) $4 - 3i$ ; б) $2 + i$ ; в) $5 - i$ .   |

2. Найти  $z_1 + z_2$ ;  $z_1 - z_2$ ;  $z_1 \cdot z_2$ ;  $\frac{z_1}{z_2}$ , если:

- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| 2.1. $z_1 = 1 + 2i$ , $z_2 = 2 - i$ ; | 2.2. $z_1 = 1 - i$ , $z_2 = -3 + 2i$ ;  |
| 2.3. $z_1 = 2 - i$ , $z_2 = 3 + 4i$ ; | 2.4. $z_1 = 5 + i$ , $z_2 = 1 - 3i$ ;   |
| 2.5. $z_1 = z + i$ , $z_2 = z + 1$ ;  | 2.6. $z_1 = z - 3i$ , $z_2 = 1 + 3i$ ;  |
| 2.7. $z_1 = -2 + i$ , $z_2 = 1 + i$ ; | 2.8. $z_1 = 4 - 3i$ , $z_2 = 2 + i$ ;   |
| 2.9. $z_1 = 2 + 3i$ , $z_2 = 5 - i$ ; | 2.10. $z_1 = 2i - 1$ , $z_2 = 2i + 1$ . |



8. Вычислить интеграл.

8.1.  $\int z^2 dz$ , где АВ – отрезок прямой, соединяющей точки  $z_A = 1$ ,  $z_B = i$ .

8.2.  $\oint \frac{z^2 dz}{z+i}$  по замкнутой кривой  $l: |z| = \frac{1}{2}$ .

8.3.  $\oint \frac{z^2 dz}{z+i}$  по замкнутой кривой  $l: |z+i| = 1$ .

8.4.  $\oint \frac{dz}{(z+2)^3 \cdot z}$  по замкнутой кривой  $l: |z-2| = 1$ .

8.5.  $\oint \frac{dz}{(z+2)^3 \cdot z}$  по замкнутой кривой  $l: |z| = 1$ .

8.6.  $\oint \frac{dz}{(z+2)^3 \cdot z}$  по замкнутой кривой  $l: |z+2| = 1$ .

8.7.  $\int_l \bar{z} dz$ , где  $l$  – отрезок действительной оси от точки  $z = -1$  до точки  $z = 1$ .

8.8.  $\int_l \bar{z} dz$ , где  $l$  – верхняя окружность  $|z| = 1$  от точки  $z = -1$  до точки  $z = 1$ .

8.9.  $\int_l (1+i-2\bar{z}) dz$ , где  $l$  – отрезок прямой от точки  $z_1 = 0$  до точки  $z_2 = 1+i$ .

8.10.  $\int_l \frac{dz}{z-a}$ , где  $l$  – окружность радиуса  $r$  с центром в точке  $a$ .

9. Найти разложение функции в ряд Лорана в точке  $z_0$  по степеням  $z-z_0$ .

9.1.  $\frac{1}{z} \cos z$ , где  $z_0 = 0$ .

9.2.  $z \cdot \sin z$ , где  $z_0 = 0$ .

9.3.  $z \cdot \sin z$ , где  $z_0 = \infty$ .

9.4.  $\sin(2+z)$ , где  $z_0 = 0$ .

9.5.  $\frac{2}{z-1}$ , где  $z_0 = 1$ .

9.6.  $\frac{z}{z-1}$ , где  $z_0 = 1$ .

9.7.  $\frac{2}{z+2}$ , где  $z_0 = 0$ .

9.8.  $e^{z+1}$ , где  $z_0 = -1$ .

9.9.  $e^{z+1}$ , где  $z_0 = \infty$ .

9.10.  $\frac{z}{z-2}$ , где  $z_0 = 2$ .

10. Найти вычет функции.

10.1.  $f(z) = \frac{z+i}{z-i}$ .

10.2.  $f(z) = \frac{z^2+1}{z^2-1}$ .

10.3.  $f(z) = \frac{z+1}{z^2}$ .

10.4.  $f(z) = \frac{z-1}{(z+1)(z-2i)}$ .

10.5.  $f(z) = \frac{z}{(z-1)^2}$ .

10.6.  $f(z) = \frac{z-1}{(z-2i)}$ .

10.7.  $f(z) = \frac{z}{(z+3i)}$ .

10.8.  $f(z) = \frac{\sin z}{z}$ .

10.9.  $f(z) = \frac{1}{z^2-9}$ .

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

$$10.10. f(z) = \frac{z}{\sin z}.$$

## 8. Перечень вопросов на зачет (дифференцированный зачет, экзамен)

Вопросы к зачету:

1. Комплексное число: сложение, умножение, вычитание и деление во множестве комплексных чисел (к.ч.).
2. Алгебраическая и тригонометрическая формы к.ч.
3. Степень с натуральным показателем для к.ч.; арифметический корень из к.ч.; сопряженные к.ч.
4. Геометрическая интерпретация действий (операций) в множестве  $\mathbb{C}$ ; обратное число для к.ч.
5. Функции комплексного переменного (к.п.). Основные понятия.
6. Предел и непрерывность функции к.п. Пределы ее вещественной и мнимой частей; геометрическое истолкование предела к.п.
7. Основные элементарные функции к.п.: показательная, логарифмическая, степенная, тригонометрическая, обратная тригонометрическая.
8. Дифференцирование функции к.п. Условия Эйлера-Даламбера.
9. Правила дифференцирования функций к.п.
10. Аналитическая функция, Дифференциал функции к.п.
11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
12. Понятие о конформном отображении.
13. Интегрирование функции к.п. Определение, свойства и правила вычисления интеграла.
14. Свойства интеграла функции к.п. Теорема Коши.
15. Первообразная и неопределенный интеграл.
16. Формула Ньютона-Лейбница. Следствия.
17. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши.
18. Числовые ряды с комплексными элементами (к.ч.): сумма ряда к.ч.
19. Сходящиеся и расходящиеся ряды к.ч.; необходимый признак сходимости рядов к.ч.; абсолютно сходящиеся ряды к.ч.; связь между абсолютной сходимостью и сходимостью рядов к.ч.; условно сходящийся ряд к.ч.
20. Сложение и вычитание рядов к.ч.; умножение рядов к.ч. на число; теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда к.ч.; теорема о произведении абсолютно сходящихся рядов к.ч.
21. Степенные ряды. Теорема Абеля.
22. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд Тейлора.
23. Ряд Маклорена.
24. Нули аналитической функции.
25. Ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана.
26. Классификация особых точек. Связь между нулем и полюсом функции. Устранимые особые точки.
27. Полюсы. Существенно особые точки.
28. Вычет функции. Понятие о вычетах и основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов.
29. Применение вычетов в вычислении интегралов.
30. Комплексная форма ряда Фурье.

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение

### 9.1. Основная учебная литература:

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

1. Зверович, Э. И. Вещественный и комплексный анализ. Часть 4. Функциональные последовательности и ряды. Интегралы, зависящие от параметра. Часть 5. Кратные интегралы. Интегралы по многообразиям : учебное пособие / Э. И. Зверович. — Минск : Вышэйшая школа, 2008. — 335 с. — ISBN 978-985-06-1502-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/20065.html> (дата обращения: 11.03.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Зверович, Э. И. Вещественный и комплексный анализ. Часть 2. Интегральное исчисление функций скалярного аргумента. Часть 3. Дифференциальное исчисление функций векторного аргумента : учебное пособие / Э. И. Зверович. — Минск : Вышэйшая школа, 2008. — 306 с. — ISBN 978-985-06-1305-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/20064.html> (дата обращения: 29.03.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Зверович, Э. И. Вещественный и комплексный анализ. Часть 6. Теория аналитических функций комплексного переменного : учебное пособие / Э. И. Зверович. — Минск : Вышэйшая школа, 2008. — 319 с. — ISBN 978-985-06-1547-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/20066.html> (дата обращения: 05.05.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Бренерман, М. Х. Комплексный анализ : учебное пособие / М. Х. Бренерман. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2016. — 127 с. — ISBN 978-5-7882-1871-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/61978.html> (дата обращения: 05.05.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
5. Зверович, Э. И. Вещественный и комплексный анализ. Часть 1. Введение в анализ и дифференциальное исчисление : учебное пособие / Э. И. Зверович. — Минск : Вышэйшая школа, 2006. — 319 с. — ISBN 985-06-1262-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/20265.html> (дата обращения: 05.05.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей
6. Эйдерман, В. Я. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление : учебное пособие для академического бакалавриата / В. Я. Эйдерман. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 263 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05498-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437407> (дата обращения: 07.05.2020).

## 9.2. Дополнительная учебная литература:

1. Нахман, А. Д. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / А. Д. Нахман. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 212 с. — ISBN 978-5-4486-0597-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/80317.html> (дата обращения: 07.05.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Высшая математика. Том 5. Теория вероятностей. Основы математической статистики. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление : учебник / А. П. Господариков, Е. Г. Булдакова, Л. И. Гончар [и др.] ; под редакцией А. П. Господариков. — Санкт-Петербург : Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», 2015. — 207 с. — ISBN 978-5-94211-715-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/71691.html> (дата обращения: 07.05.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2022
Рабочая программа дисциплины Б1.О.14 «Комплексный анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль подготовки (уровень бакалавриата)	

**9.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет:** сайт университета [www.kamgu.ru](http://www.kamgu.ru), [irbis.kamgu.ru](http://irbis.kamgu.ru)

**9.4. Информационные технологии:** видеолекции на канале Постнаука [youtube.com](https://www.youtube.com)

### 10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

Распределение баллов, составляющих основу оценки работы студента по изучению дисциплины «Комплексный анализ» в четвертом семестре

- посещение занятий	63 балла (по 3 балла за лекционное и практическое занятие, кроме контрольной работы);
- текущий контроль	33 балла (по 3 балла за выполнение домашнего задания с экспресс-опросом по его материалу);
- рубежный контроль	34 балла (контрольная работа – 14 баллов, РГЗ – 20 баллов)
- экзамен	20 баллов

Итого: 150 баллов.

Название	Уровень сформированности компетенций	Сумма баллов	Числовой эквивалент
Отлично	Высокий	115 - 150	5
Хорошо	Базовый	90 - 114	4
Удовлетворительно	Пороговый	70 - 89	3
Неудовлетворительно	Компетенция не сформирована	0 - 69	2

### 11. Материально-техническая база

*Используемые инструментальные и программные средства.*

Сайт «Виртуальный университет», курс «Основы математической обработки информации»

- [moodle3.kamgu.ru](http://moodle3.kamgu.ru);

сервер КамГУ им. Витуса Беринга, УММ для студентов, КАФЕДРА ПРИКЛ.МАТЕМАТИКИ, Разные учебно-методические материалы для студентов, Педагогическое образование;

электронная библиотека [iprbookshop.ru](http://iprbookshop.ru)