

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ребковец Ольга Александровна  
Должность: И.о. ректора  
Дата подписания: 01.11.2023 15:51:05  
Уникальный программный ключ:  
e789ec8739030382afc5ebff702928ad11af5c0

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании  
кафедры математики и физики  
14 мая 2021 г., протокол №9  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.А. Кашутина

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)

Б1.О.13 Методы оптимизации.

(шифр и наименование учебной дисциплины (курса, модуля))

**Направление подготовки (специальность):**

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**Профиль подготовки:** общий профиль

(наименование профиля)

**Квалификация выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Курс** 4 **Семестр** 7

**Зачет с оценкой:** 7 семестр

**Год набора** 2021

Петропавловск-Камчатский  
2021 г.

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 года № 9.

Разработчик(и):

Доцент кафедры математики и физики

(должность, кафедра)

Л.К. Фещенко

(подпись)

## СОДЕРЖАНИЕ

- 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО**
- 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
- 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 5. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**
- 6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА**
- 7. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ НА ЗАЧЕТ (ЗАЧЕТ, ЭКЗАМЕН)**
- 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**
- 9. ФОРМЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТА**
- 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА**

## 1. Цель и задачи освоения дисциплины

**Целью освоения дисциплины** является овладение основными понятиями методов оптимизации, теории игр и исследований операций как самостоятельного раздела математики; современное развитие методов оптимизации и их связь с другими областями математики, выработка системы представлений о методах теории игр и исследования операций для решения ряда задач в своей профессиональной деятельности. Накопление студентами опыта по использованию методов оптимизации и теории игр для решения задач, необходимых для успешной профессиональной деятельности в будущем.

В результате изучения дисциплины студент должен

Предшествующими дисциплинами является курсы математического и функционального анализа.

### **Задачи освоения дисциплины:**

- знание основ методов оптимизации, теории игр и исследования операций, наиболее распространенные методы решения задач;
- умение применения математических методов с использованием различных программных средств;
- развитие математической культуры будущего преподавателя математики;
- умение решать задачи с использованием методов оптимизации и теории игр;
- применение знаний основных структур методов оптимизации и теории игр для решения задач с использованием математических методов;
- использование современных компьютерных технологий в процессе решения прикладных задач.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Данная дисциплина относится к блоку Б1 дисциплины базовой части для академического бакалавриата. В результате изучения базовой части цикла обучающийся должен знать и применять на практике основные методы математического, комплексного, функционального анализа; уметь понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач; владеть навыками решения практических задач. Изучение математического анализа существенно опирается на понятия и факты школьного курса математики. Изучение дисциплины дает математическую базу для изучения таких дисциплин как: комплексный анализ, дифференциальные уравнения и др.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки

| Наименование категории (группы) компетенций | Код и наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенции |
|---|--------------------------------|-----------------------------------|
|---|--------------------------------|-----------------------------------|

|  |  |  |
|--|--|--|
| Теоретически и практические основы профессиональной деятельности | ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности | ОПК-3.1. Знает классические математические модели, применяемые в различных областях человеческой деятельности.<br>ОПК-3.2. Умеет модифицировать классические математические модели для решения конкретных задач профессиональной деятельности.<br>ОПК-3.3. Имеет опыт применения методов математического моделирования для решения конкретных задач профессиональной деятельности. |
|--|--|--|

#### 4. Содержание дисциплины

- Введение в исследование операций и методы оптимизаций
- Методы оптимизации без ограничений
- Методы оптимизации с ограничениями
- Численные методы решения задач одномерной оптимизации
- Методы прямого поиска (метод Фибоначчи)
- Метод Ньютона в одномерной оптимизации
- Метод Давидона-Флетчера-Пауэлла
- Метод квадратичных функций
- Методы поиска. Модифицированный метод Хука-Дживса
- Метод штрафных функции
- Метод аппроксимации кривыми
- Градиентные методы. Метод наискорейшего спуска
- Последовательная оптимизация без ограничений
- Основные понятия теории игр
- Классификация игр. Постановка задач
- Матричные игры
- Методы решения матричных игр
- Метод итераций для решения матричных игр
- Непрерывные игры
- Программы решения задач линейного программирования
- Математические пакет решения задач одномерной оптимизации
- Комплексы программ решения транспортной задачи

#### 5. Тематическое планирование

| № | Наименование модуля                                       | Модули дисциплины |                       |              |                |                 |
|---|---|-------------------|-----------------------|--------------|----------------|-----------------|
|   |   | Лекции            | Практики/<br>семинары | Лабораторные | Сам.<br>работа | Всего,<br>часов |
| 1 | Методы оптимизации.<br>Теория игр и исследование операций | 20                | 44                    | 0            | 80             | 144             |

#### Тематический план Модуль 1

| <b>№ темы</b> | <b>Тема</b>  | <b>Кол-во часов</b> | <b>Компетенции по теме</b> |
|---------------|--|---------------------|----------------------------|
|               | <b>Лекции</b>  |                     |                            |
| 1             | Введение в исследование операций и методы оптимизаций      | 2                   | ОПК-3                      |
| 2             | Методы оптимизации без ограничений                         | 4                   | ОПК-3                      |
| 3             | Методы оптимизации с ограничениями                         | 2                   | ОПК-3                      |
| 4             | Численные методы решения задач одномерной оптимизации      | 4                   | ОПК-3                      |
| 5             | Методы прямого поиска (метод Фибоначчи)                    | 4                   | ОПК-3                      |
| 6             | Матричные игры   | 4                   | ОПК-3                      |
|               | <b>Практические занятия (семинары)</b>                     |                     |                            |
| 1             | Метод Ньютона в одномерной оптимизации                     | 2                   | ОПК-3                      |
| 2             | Метод Давидона-Флетчера-Пауэлла                            | 2                   | ОПК-3                      |
| 3             | Метод квадратичных функций                                 | 2                   | ОПК-3                      |
| 4             | Методы поиска. Модифицированный метод Хука-Дживса          | 4                   | ОПК-3                      |
| 5             | Метод штрафных функции                                     | 2                   | ОПК-3                      |
| 6             | Метод аппроксимации кривыми                                | 2                   | ОПК-3                      |
| 7             | Градиентные методы. Метод наискорейшего спуска             | 2                   | ОПК-3                      |
| 8             | Последовательная оптимизация без ограничений               | 4                   | ОПК-3                      |
| 9             | Основные понятия теории игр                                | 4                   | ОПК-3                      |
| 10            | Классификация игр. Постановка задач                        | 4                   | ОПК-3                      |
| 11            | Матричные игры   | 4                   | ОПК-3                      |
| 12            | Методы решения матричных игр                               | 4                   | ОПК-3                      |
| 13            | Метод итераций для решения матричных игр                   | 4                   | ОПК-3                      |
| 14            | Непрерывные игры   | 4                   | ОПК-3                      |
|               | <b>Самостоятельная работа</b>                              |                     |                            |
| 1             | Программы решения задач линейного программирования         | 30                  | ОПК-3                      |
| 1             | Математические пакеты решения задач одномерной оптимизации | 30                  | ОПК-3                      |

|   |  |    |       |
|---|--|----|-------|
| 1 | Комплексы программ решения транспортной задачи | 20 | ОПК-3 |
|---|--|----|-------|

## 6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выступление по вопросам семинарских занятий, выполнение практических заданий (*при наличии*).

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- изучение литературы; осмысление изучаемой литературы;
- работа в информационно-справочных системах;
- аналитическая обработка текста (конспектирование, реферирование);
- составление плана и тезисов ответа в процессе подготовки к занятию;
- решение необходимых задач;
- подготовка сообщений по вопросам семинарских занятий.

### 6.1. Планы семинарских занятий

При проведении занятий используются два базовых задачника:

- Сборник задач по математике. Под ред А.В.Ефимова, т.4. – М.: Наука, 1990.- 304 с.
- Н.М.Гюнтер, Р.О.Кузьмин. Сборник задач по высшей математике. Т. 3. М.-Л.: ГИТТЛ, 1951.- 268 с.
- М.А.Краснов, Г.И.Макаренко, А.И.Киселев. Вариационное исчисление. Задачи и упражнения. М.: Наука, 1973.-188 с.

Для каждого практического занятия определены задания для аудиторной (литера А) и самостоятельной работы (литера С).

### Содержание занятий

#### Раздел 1.

Занятие 1.1 Оптимизация функции одного переменного.

А) №№ 16.1-16.21 нечетные из [1].

С) №№ 16.2-16.26 четные из [1].

Занятие 1.2 Оптимизация функции одного переменного.

А) №№ 16.23, 16.25, 16.27, 16. 41, 16.45 из [1].

С) №№ 16.24, 16.26, 16. 42, 16. 44 из [1].

Занятие 1.3 Оптимизация функции нескольких переменных.

А) №№ 16.91, 16.101, 16.121, 16.131, 16.133, 16.135 из [1].

С) №№ 16.95, 16.105, 16.120, 16.122, 16.134 из [1].

Занятие 1.4 Оптимизация функции нескольких переменных.

А) №№ 16.137-16.143 нечетные из [1].

С) №№ 16.136-16.144 четные из [1].

Занятие 1.5 Метод Фибоначчи. Метод золотого сечения.

А) №№ 16.49-16.61 нечетные из [1].

С) №№ 16.50-16.60 четные из [1].

Занятие 1.6          Метод покоординатного спуска.

А) №№ 16.117, 16.119 из [1].

С) №№ 16.118, 16.120 из [1].

Занятие 1.7          Метод градиентного спуска.

А) №№ 16.117, 16.119 из [1].

С) №№ 16.118, 16.120 из [1].

Занятие 1.8          Метод наискорейшего спуска.

А) №№ 16.129-16.135 нечетные из [1].

С) №№ 16.130-16.136 четные из [1].

Занятие 1.9          Контрольная работа №1.

## **Раздел 2.**

Занятие 2.1          Вариация функции и ее свойства.

А) №№ 46-58 из [3].

С) №№ 16.376-16.386 четные из [1].

Занятие 2.2          Уравнения Эйлера..

А) №№ 71-80 из [3].

С) №№ 16.388-16.398 из [1].

Занятие 2.3          Уравнения Эйлера..

А) №№ 81-90 из [3].

С) №№ 16.401-16.411 нечетные из [1].

Занятие 2.4          Уравнения Эйлера..

А) №№ 99-108 из [3].

С) №№ 16.413-16.419 нечетные из [1].

Занятие 2.5          Условия трансверсальности.

А) №№ 172-180 из [3].

С) №№ 16.421-16.427 нечетные из [1].

Занятие 2.6          Экстремали с угловыми точками.

А) №№ 185-190 из [3].

С) №№ 16.439-16.445 нечетные из [1].

Занятие 2.7          . Преломление экстремалей. Односторонние вариации.

А) №№ 191-192 из (3), 1184-1192 из [2].

С) №№ 193-1198 из [2].

Занятие 2.8          Достаточные условия. Признаки Вейерштрасса и Лежандра..

А) №№ 135, 143, 146, 148, 156, 164 из [3].

С) №№ 142, 154, 165 из [3].

Занятие 2.9          Прямые методы.

А) №№ 217, 218, 219, 221, из [3].

С) №№ 16.456, 16.457 из [1].

## **6.2 Внеаудиторная самостоятельная работа**

Самостоятельная работа студентов по изучению дисциплины «Методы оптимизации. Теория игр и исследование операций» предусматривает следующие виды деятельности студентов:



## Задания для самостоятельной работы

### Расчетно-графическое задание № 1

Расчетно-графическое задание выполняется в тетради или на листах формата А4.

Численные расчеты производятся с применением любого, известного студенту, математического пакета (Excel, Maple, Matlab и т.д.) или вручную. Распечатки или результаты расчетов должны быть приведены.

Номер задания выбирается в соответствии с номером записи фамилии студента в учетной ведомости деканата.

Расчетно-графическое задание должно быть сдано для проверки не позднее 16 недели семестра.

Задание 1 Найти точки экстремума и установить его характер. Затем проверить найденное решение методами покоординатного и градиентного спусков. Провести сравнительный анализ методов.

1.  $F(x, y, z) = 3x^2 + 2xz + 12y^2 + 3yz + 4z^2 - 2x - 3y - 4z.$
2.  $F(x, y, z) = 2x^2 + 3xz + 13y^2 + 4yz + 3z^2 - 4x - 5y - 5z.$
3.  $F(x, y, z) = 4x^2 + 4xz + 10y^2 - 3yz + 2z^2 - 6x - 7y - 6z.$
4.  $F(x, y, z) = 5x^2 + 5xz + 12y^2 + 5yz + 10z^2 - 7x - 9y - 7z.$
5.  $F(x, y, z) = 6x^2 + 6xz + 13y^2 + 3yz + 13z^2 - 2x - 3y - 9z.$
6.  $F(x, y, z) = 8x^2 + 7xz + 14y^2 + 36z + 15z^2 - x - y - 5z.$
7.  $F(x, y, z) = x^2 + 21xz + 19y^2 + 7yz + 14z^2 - 3x - 3y - 4z.$
8.  $F(x, y, z) = 12x^2 - 8xz + y^2 + 3yz + 17z^2 - 2x - 12y - 8z.$
9.  $F(x, y, z) = 31x^2 + 9xz + 16y^2 + 8yz + 4z^2 - 5x - 15y - 4z.$
10.  $F(x, y, z) = 2x^2 + 2xz + 15y^2 + 3yz + 3z^2 - 7x - 3y - 12z.$
11.  $F(x, y, z) = 4x^2 + 2xz + 16y^2 + 9yz + 23z^2 - 2x - 4y - 14z.$
12.  $F(x, y, z) = 5x^2 + 2xz + 12y^2 + 10yz + 24z^2 - 4x - 3y - 3z.$
13.  $F(x, y, z) = 6x^2 + 2xz + 21y^2 + 11yz + 4z^2 - 2x - 21y - 9z.$
14.  $F(x, y, z) = 7x^2 + 2xz + 14y^2 + 3yz + 4z^2 - 7x - y - 8z.$
15.  $F(x, y, z) = 8x^2 + 2xz + 15y^2 + 12yz + 4z^2 - 12x - 7y - 9z.$
16.  $F(x, y, z) = 9x^2 + 2xz + 16y^2 + 3yz + 14z^2 - 2x - 3y - 4z.$
17.  $F(x, y, z) = 2x^2 + 3xz + 17y^2 + 13yz + 4z^2 - 12x - 6y - 6z.$
18.  $F(x, y, z) = 3x^2 + 4xz + 58y^2 + 4yz + 14z^2 - 21x - 3y - 4z.$
19.  $F(x, y, z) = 21x^2 + 4xz + 9y^2 + 15yz + 24z^2 - 22x - 5y - 14z.$
20.  $F(x, y, z) = 32x^2 + 2xz + 10y^2 + 3yz + 14z^2 - 25x - 4y - 4z.$
21.  $F(x, y, z) = 341x^2 + 2xz + 11y^2 + 16yz + 24z^2 - 27x - 3y - 4z.$
22.  $F(x, y, z) = 31x^2 + 5xz + y^2 + 12yz + 16z^2 - 12x - y - 4z.$
23.  $F(x, y, z) = 124x^2 + 3xz + y^2 + 3yz + 17z^2 - 12x - 3y - 21z.$
24.  $F(x, y, z) = 54x^2 + 7xz + 12y^2 + 4yz + 24z^2 - 6x - 3y - z.$
25.  $F(x, y, z) = 27x^2 + 9xz + 33y^2 + 5yz + 44z^2 - 7x - y - 4z.$

Задание 2. Методом покоординатного спуска найти точку минимума с погрешностью = 0,001.

1.  $F(x, y) = x^4 + 4xy + y^6 - 2x^2 - y +$
2.  $F(x, y) = x^4 + x^2y^4 + 4y^6 - 12x^2 - y$
3.  $F(x, y) = 8x^4 + xy^2 + y^6 - 2x - y + 12$
4.  $F(x, y) = x^4 + xy + y^6 - \exp(-x^2 - y^2)$
5.  $F(x, y) = x^4 + (x-2y)^2 + y^6 - \exp(-3x^2 - y^2)$
6.  $F(x, y) = 10x^4 + xy + y^6 - 12\exp(-x^2 - y^2)$
7.  $F(x, y) = 3x^4 + y^6 - \exp(-x^2 - y^2) - y + 2$
8.  $F(x, y) = 4x^4 + 4x + y^6 - \exp(-x^2 - 3y^2)$

9.  $F(x, y) = 5x^4 + 4y + \exp(-x^2 - y^2) - 2x^2$
10.  $F(x, y) = 7x^4 + 16y^6 - 2x^2 - \exp(-4x^2 - y^2)$
11.  $F(x, y) = 8x^4 + 4xy + y^6 - 2x^2 -$
12.  $F(x, y) = 13x^4 + y^6 - 2x^2 - y + 2$
13.  $F(x, y) = 11x^4 + 4xy + y^6 - 22$
14.  $F(x, y) = 21x^4 + 4xy - 2x^2 - y + 12$
15.  $F(x, y) = 15x^4 + y^6 - 2x^2 - y + 32$
16.  $F(x, y) = 41x^4 - y + 12$
17.  $F(x, y) = 6x^4 + 4xy + y^6 - 12$
18.  $F(x, y) = 4xy + y^6 - 2x^2 - y + 12$
19.  $F(x, y) = 22x^4 + 4xy + y^6 - 12$
20.  $F(x, y) = 9x^4 + xy + y^6 - 2x^2 -$
21.  $F(x, y) = 8x^4 + 4xy + y^6$
22.  $F(x, y) = 7x^4 + y^6 - 2x^2$
23.  $F(x, y) = 4xy +$
24.  $F(x, y) = y^6 - 2x^2 - y + 12$
25.  $F(x, y) = 4x^4 +$

Задание 3. Методом штрафных функций найти наибольшее значение функции в области с погрешностью  $\epsilon = 0.005$ . Для реализации метода применить метод покоординатного спуска.

1.  $F(x, y) = x^4 + x^2y^4 + 4y^6 - 12x^2 - y$  в круге  $x^2 + y^2 \leq 6$ .
2.  $F(x, y) = x^4 + x^2y^4 + 4y^6 - 12x^2 - y$  в единичном круге с центром в точке  $(2, 3)$ .
3.  $F(x, y) = 8x^4 + 4xy^2 + y^6 - 2x - y + 12$  в круге с центром в точке  $(1, -1)$  радиуса 7.
4.  $F(x, y) = x^4 + 4xy + y^6 - \exp(-x^2 - y^2)$  в области .
5.  $F(x, y) = x^4 + (x - 2y)^2 + y^6 - \exp(-3x^2 - y^2)$  в области .
6.  $F(x, y) = 10x^4 + xy + y^6 - 12\exp(-x^2 - y^2)$  в области  $0(x, y)1$ .
7.  $F(x, y) = 3x^4 + y^6 - \exp(-x^2 - y^2) - y + 2$  в симплексе  $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$ .
8.  $F(x, y) = 4x^4 + 4x + y^6 - \exp(-x^2 - 3y^2)$  в области
9.  $F(x, y) = 5x^4 + 4y + \exp(-x^2 - y^2) - 2x^2$  внутри области:  $y \geq 0, y \leq 1 - x^2$ .
10.  $F(x, y) = 7x^4 + 16y^6 - 2x^2 - \exp(-4x^2 - y^2)$  внутри области:  $y \geq -2, y \leq 4 - x^2$ .
11.  $F(x, y) = 10x^4 + 16y^6 - \exp(-4x^2 - y^2)$  в области  $0(x, y)4$ .
12.  $F(x, y) = x^4 + 8xy + y^6 - 12\exp(-x^2 - y^2)$  в области  $0(x, y)15$ .
13.  $F(x, y) = x^4 + y^6 - \exp(-x^2 - y^2) - y + 2$  в симплексе  $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 16$ .
14.  $F(x, y) = 3x^4 - 4y^6 - \exp(-2x^2 - y^2) - y + 2$  в треугольнике  $x \geq -2, y \geq -3, x + y \leq 1$ .
15.  $F(x, y) = x^4 + (x - 2y)^2 + y^6 - \exp(-3x^2 - y^2)$  внутри области  $2x^2 + 4y^4 \leq 32$ .
16.  $F(x, y) = x^4 + 6x^2y^4 + 4y^6 - 12x^2 - y$  в круге  $2x^2 + 3y^2 \leq 36$ .
17.  $F(x, y) = x^4 + 4xy + y^6 - \exp(-x^2 - y^2)$  в области .
18.  $F(x, y) = 4x^4 + 4x + y^6 - \exp(-x^2 - 3y^2)$  в области симплексе  $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 16$ .
19.  $F(x, y) = x^4 + 8xy + y^6 - 12\exp(-x^2 - y^2)$  в области  $y \geq -2, y \leq 4 - x^2$ .
20.  $F(x, y) = x^4 + 4xy + y^6 - 7\exp(-x^2 - y^2)$  в области  $2x^2 + 4y^4 \leq 16$ .
21.  $F(x, y) = 5x^4 + (x - 2y)^2 + y^6 - \exp(-3x^2 - 2y^2)$  внутри области  $x \geq -5, y \geq -10, x + y \leq 10$ .
22.  $2x^4 + 7y^6 - 2x^2 - 25 \exp(-4x^2 - y^2)$  внутри области: .
23.  $F(x, y) = 5x^4 + (x - 2y)^2 + y^8 - \exp(-3x^2 - 2y^4)$  внутри эллипса .
24.  $F(x, y) = 8x^4 + 4xy + y^6 - 2x^2 -$  в области

$y-2, y1-4x^2$ .

25.  $F(x, y) = 8x^4 + 4xy + y^6$  в единичном круге с центром в точке  $(-2, 3)$ .

Экзамены согласно расписанию деканата.

### 7. Перечень вопросов на дифференцированный зачет

- Оптимизация функции одного переменного.
- Необходимые и достаточные условия экстремума.
- Общая характеристическая теорема.
- Необходимые условия экстремума функции нескольких переменных.
- Достаточные условия второго порядка. Матрица Гессе.
- Условная оптимизация при наличии ограничений типа равенств.
- Метод множителей Лагранжа.
- Одномерная оптимизация. Метод Фибоначчи.
- Метод золотого сечения.
- Метод покоординатного спуска.
- Метод Хука и Дживса.
- Метод градиентного спуска.
- Метод наискорейшего спуска.
- Метод сопряженных градиентов.
- Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества. Выпуклые функции. Критерии выпуклости.
- Дифференцируемость выпуклых функций.
- Субградиент и его свойства.
- Метод штрафных функций. Сходимость метода штрафных функций.
- Метод проекции градиента.
- Метод условного градиента.
- Вариация функции и ее свойства.
- Уравнения Эйлера.
- Основная лемма вариационного исчисления.
- Уравнения Эйлера для функционалов, зависящих от функций нескольких переменных.
- Функционалы, зависящие от производных высших порядков и условия их экстремума.
- Экстремумы функционалов, зависящих от функций нескольких переменных.
- Параметрические задачи.
- Задачи с подвижными границами.
- Условия трансверсальности.
- Экстремали с угловыми точками.
- Преломление экстремалей.
- Односторонние вариации.
- Поле экстремалей. Уравнение Якоби.
- Функция Вейерштрасса. Условие Вейерштрасса.
- Условие Лежандра.
- Вариационные задачи на условный экстремум. Неголономные и голономные связи.
- Метод Эйлера.
- Метод Рунге.
- Метод Канторовича.

- Постановка задач оптимального управления. Задача Майера.
- Игольчатая вариация.
- Принцип максимума Понтрягина.

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение

### 8.1. Основная учебная литература:

1. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М., Наука, 1986. –с 326.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Наука, 1969. –с 424.
3. Цлаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. М., Наука, 1966. –с 176.
4. Р. Беллман, Динамическое программирование, М.,ИЛ, 1960, с. 296.
5. В.Г.Болтянский. Математические методы оптимального управления. М., Наука, 1969, с. 390.

### 8.2. Дополнительная учебная литература:

1. Лаврентьев М.А., Люстерник Л.А. Курс вариационного исчисления. М.-Л. ГОНТИ, 1938. –с 192.
2. Р.Беллман, С.Дрейфус. Прикладные задачи динамического программирования. М., Наука, 1965, с. 218.
3. С.И.Злочевский, Н.Х.Розов. Метод динамического программирования. Основы теории оптимального управления, М. Наука, 1973, с. 186.

## 9. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

*Приводятся виды текущего контроля и критерии оценивания учебной деятельности по каждому ее виду по семестрам, согласно которым происходит начисление соответствующих баллов.*

4 семестр

### *Лекции*

|             |  |
|-------------|--|
| 0 баллов    | Посещение 0%                             |
| 0,25 баллов | Посещение более 25% и менее 50% занятий  |
| 0,5 баллов  | Посещение более 50% и менее 75% занятий  |
| 0,75 баллов | Посещение более 75% и менее 100% занятий |
| 1 баллов    | Посещение 100% занятий                   |

### *Лабораторные занятия*

|              |   |
|--------------|---|
| 0 баллов     | Выполнение 0%                             |
| 0,125 баллов | Выполнение более 25% и менее 50% заданий  |
| 0,25 баллов  | Посещение более 50% и менее 75% заданий   |
| 0,375 баллов | Выполнение более 75% и менее 100% заданий |
| 0,5 баллов   | Выполнение 100% заданий                   |

### *Практические занятия*

|              |  |
|--------------|--|
| 0 баллов     | Выполнение 0%                            |
| 0,125 баллов | Выполнение более 25% и менее 50% заданий |

|              |   |
|--------------|---|
| 0,25 баллов  | Выполнение более 50% и менее 75% заданий  |
| 0,375 баллов | Выполнение более 75% и менее 100% заданий |
| 0,5 баллов   | Выполнение 100% заданий                   |

**Самостоятельная работа**

|             |   |
|-------------|---|
| 0 баллов    | Выполнение 0%                             |
| 0,25 баллов | Выполнение более 25% и менее 50% заданий  |
| 0,5 баллов  | Выполнение более 50% и менее 75% заданий  |
| 0,75 баллов | Выполнение более 75% и менее 100% заданий |
| 1 баллов    | Выполнение 100% заданий                   |

**Автоматизированное тестирование**

отсутствует

**Другие виды учебной деятельности**

отсутствует

**Промежуточная аттестация**

Отсутствует

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 4 семестр по дисциплине Б1ВОД5 Исследование операций и методы оптимизации составляет "Лекции"\*1 + "Лабораторные занятия"\*0+ "Практические занятия"\*0,5+"Самостоятельная работа"\*1, что составляет 2,5 балла, то есть 2 ЗЕТ.

Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов дисциплине Б1ВОД5 Исследование операций и методы оптимизации в оценку (зачет):

|                      |   |
|----------------------|---|
| ЗЕТ/2 баллов и более | «зачтено» (при недифференцированной оценке) |
| меньше ЗЕТ/2 баллов  | «не зачтено»                                |

Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине Б1ВОД5 Исследование операций и методы оптимизации в оценку (экзамен):

|                          |                        |
|--------------------------|------------------------|
| [3/4*ЗЕТ;ЗЕТ) баллов     | «отлично»              |
| [1/2*ЗЕТ;3/4*ЗЕТ) баллов | «хорошо»               |
| [1/4*ЗЕТ;1/2*ЗЕТ) баллов | «удовлетворительно»    |
| [0*ЗЕТ;1/4*ЗЕТ) баллов   | «не удовлетворительно» |

**Критерии оценивания уровня сформированности компетенций и оценки уровня успеваемости обучающегося**

**Текущий контроль**

|         |         |   |
|---------|---------|---|
| Уровень | Уровень | Критерии оценивания отдельных видов работ обучающихся |
|---------|---------|---|

| сформированности компетенции | освоения модулей дисциплины (оценка) | Устный/письменный опрос  | Отчет по лабораторной/практической работе  | Выполнение заданий самостоятельной работы   |
|------------------------------|--------------------------------------|--|--|---|
| Высокий                      | Отлично                              | Обучающийся ответил на все вопросы и продемонстрировал полноту знаний по изучаемому материалу    | Содержит все задания практической (лабораторной) работы, оформлен в соответствии с требованиями            | Студент безошибочно ответил на все основные вопросы, а также продемонстрировал свободное владение материалом при ответе на дополнительные вопросы; работа выполнена в полном объеме и в точном соответствии с требованиями; студент свободно владеет теоретическим материалом, безошибочно применяет его при решении задач, сформулированных в задании  |
| Базовый                      | Хорошо                               | Обучающийся ответил на большую часть вопросов и продемонстрировал понимание изучаемого материала | Содержит большинство заданий практической (лабораторной) работы, оформлен в соответствии с требованиями    | Студент безошибочно ответил на основные вопросы, но не точно или не в полном объеме раскрыл дополнительные вопросы; работа выполнена в полном объеме и в точном соответствии с требованиями; студент твердо владеет теоретическим материалом, может применять его самостоятельно или по указанию преподавателя  |
| Пороговый                    | Удовлетворительно                    | Ответ обучающегося содержал ошибки и недочеты  | Содержит меньшую часть заданий практической (лабораторной) работы, оформление не соответствует требованиям | Студент затрудняется в ответах на вопросы и отвечает только после наводящих вопросов, демонстрирует слабое знание при ответе на дополнительные вопросы; работа выполнена в основном правильно, но без достаточно глубокой проработки некоторых разделов; студент усвоил только основные разделы теоретического материала и по указанию преподавателя применяет его практически; на вопросы отвечает неуверенно или допускает ошибки |
| Компетенции не сформированы  | Неудовлетворительно                  | Обучающийся не ответил на поставленные вопросы   | Отчет не предоставлен  | Студент не ответил ни на один вопрос; работа не выполнена   |

### Промежуточная аттестация

| Уровень | Уровень освоения | Критерии оценивания обучающихся (работ) |
|---------|------------------|---|
|---------|------------------|---|

| сформированности компетенции | дисциплины                       | обучающихся)   |
|------------------------------|----------------------------------|--|
|                              |                                  | экзамен  |
| Высокий                      | отлично (зачтено)                | Студент показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений   |
| Базовый                      | хорошо (зачтено)                 | Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности  |
| Пороговый                    | удовлетворительно (зачтено)      | Студент показал фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации |
| Компетенции не сформированы  | неудовлетворительно (не зачтено) | Студент не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач   |



## **10. Материально-техническая база**

*Используемые инструментальные и программные средства.* Программное обеспечение: ОС семейства Windows, локальная сеть КамГУ им. Витуса Беринга, учебная обязательная и дополнительная литература.